

Elektrotechnik Grundlagen

Kapitel 2

Einfache Gleichstromkreise

Inhaltsverzeichnis

2	Einfache Gleichstromkreise	3
2.1	Quelle und Last	3
2.2	Das elektrische Feld	4
2.2.1	Die elektrische Ladung und ihre Wirkung.....	4
2.2.2	Die elektrischen Feldgrößen	5
2.2.3	Äquipotenzialflächen	7
2.2.4	Feldstärke E und felderzeugende Ladung Q.....	8
2.2.5	Elektrische Influenz. Ladungstrennung	8
2.2.6	Relative Dielektrizitätskonstante	9
2.2.7	Die Kapazität C.....	11
2.2.8	Energie und Kraft im elektrostatischen Feld.....	12
2.2.9	Energiedichte.....	13
2.3	Der elektrische Stromkreis.....	13
2.3.1	Der Stromkreis.....	13
2.3.2	Definitionen.....	14
2.3.3	Die KIRCHHOFF'schen Sätze.....	15
2.4	Die Serie- und Parallelschaltung von Widerständen.....	16
2.4.1	Die Serieschaltung von Widerständen	16
2.4.2	Die Parallelschaltung von Widerständen.....	17
2.4.3	Kombinationen.....	17
2.5	Der Spannungsteiler und der Stromteiler.....	18
2.5.1	Der leerlaufende Spannungsteiler	18
2.5.2	Der kurzgeschlossene Stromteiler	19
2.5.3	Der belastete Spannungsteiler	19
2.6	Das Bauelement Widerstand	20
2.6.1	Bauformen	20
2.6.2	Normreihen. Farbencode.....	23
2.6.3	Toleranzen. Belastbarkeit.....	24
2.6.4	Temperaturabhängigkeit.....	25
2.7	Die belastete reale Quelle	26
2.7.1	Die reale Quelle	26
2.7.2	Innenwiderstand und Innenleitwert der idealen Quelle	29
2.7.3	Der einfache Stromkreis mit realer Quelle	29
2.7.4	Leistung im Lastwiderstand.....	30
2.8	Schaltungen. Das Dezibel - Mass.....	34
2.8.1	Die abgeglichene WHEATSTONE – Brücke	34
2.8.2	Fehlerortmessung.....	35
2.8.3	Dezibel und Neper.....	36
2.9	Verzeichnisse	38
2.9.1	Literaturverzeichnis	38
2.9.2	Figurenverzeichnis	38
2.9.3	Tabellenverzeichnis.....	39
2.9.4	Stichwortverzeichnis.....	39

2 Einfache Gleichstromkreise

2.1 Quelle und Last

Der idealisierte Gleichstromkreis besteht aus

- Quellen, das heisst aus Elementen, in denen nichtelektrische Energie in elektrische Energie umgeformt wird,
- Verbrauchern, das heisst Elementen, in denen elektrische in nichtelektrische Energie umgewandelt wird und
- Verbindungsleitungen, die Quellen und Verbraucher untereinander verbinden und als verlustfrei betrachtet werden.¹

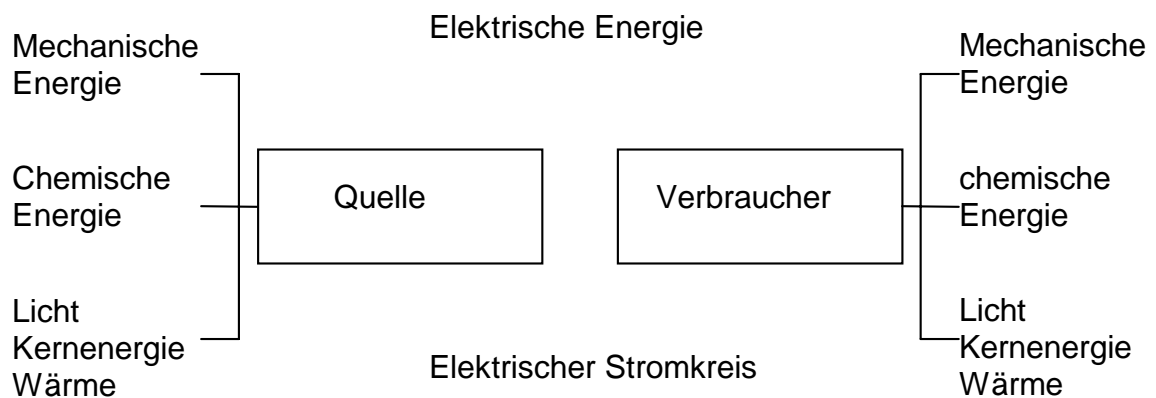


Fig. 2-1 Quelle - Verbraucher

Zwischen der Spannung U am Verbraucher und dem Strom I durch den Verbraucher (Widerstand) besteht ein funktionaler Zusammenhang:

$$\begin{aligned} U &= f(I) = U(I) \\ I &= f(U) = I(U) \end{aligned} \quad (2-1)$$

Die Funktion $U(I)$ beziehungsweise $I(U)$, das heisst die Charakteristik des Verbrauchers (Widerstandes) hängt von dessen Atomstruktur ab.

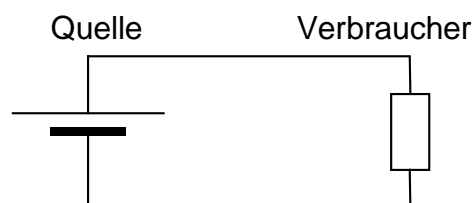


Fig. 2-2 Einfacher Stromkreis

¹ Diese ideale Annahme gilt, soweit nichts anderes gesagt wird.

2.2 Das elektrische Feld

Die Untersuchung der Elektrizität und der mit ihr zusammenhängenden Erscheinungen wird dadurch erschwert, dass wir kein Sinnesorgan besitzen das elektrische Vorgänge unmittelbar wahrnehmen kann.

Wir müssen aufgrund von Erscheinungen (Phänomenen)² auf die zugrunde liegenden Tatsachen schliessen. Damit wir trotzdem zu Vorstellungen kommen, schaffen wir uns Modelle, das heisst Abbildungen der Wirklichkeit.

Ergänzend zu den im Kapitel 1 gemachten Ausführungen folgen weitere Feststellungen.

2.2.1 Die elektrische Ladung und ihre Wirkung

Das elektrische Feld beschreibt Erscheinungen, die durch geladene Materie bewirkt werden. Materie setzt sich aus kleinsten Einheiten, aus Atomen zusammen. Atome bestehen aus Protonen, Neutronen und Elektronen (einfaches Atommodell) und wirken in der Regel ladungsneutral.³ Protonen tragen die positive, Elektronen die negative Elementarladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ As} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Sobald sich in einem Material die Zahl der Protonen von der Zahl der Elektronen unterscheidet, erscheint eine nach aussen wirkende Ladung. Die Ladungsmenge ergibt sich aus der Differenz der Anzahl Protonen und Elektronen und kann positiv (Elektronenmangel) oder negativ (Elektronenüberschuss) sein.

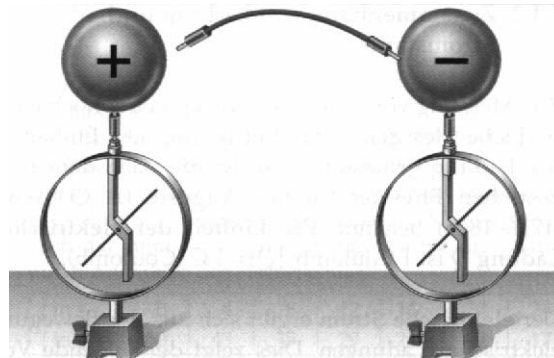


Fig. 2-3 Elektroskop (Aus [L 2-3] S.179)

Werden die beiden unterschiedlich geladenen Kugeln leitend verbunden, geht der Ausschlag der beiden Elektroskope⁴ zurück.

² Phänomenologie. Phänomenologisches Vorgehen.

³ BOHR sches Atommodell. BOHR Niels, 7.10.1885-18.11.1962, dänischer Physiker, Atommodell 1913, Nobelpreis 1922.

⁴ Elektroskop oder statisches Voltmeter. Grundet zur Anzeige auf den Kräften zwischen Ladungen. Festes und bewegliches Metallplättchen sind elektrisch verbunden.

Elektrische Ladungen üben gegenseitig Kräfte aufeinander aus. Ursache dieser Kräfte ist ein besonderer, durch die Ladung geschaffener Raumzustand, den wir **elektrisches Feld** nennen. Wird das elektrische Feld von ruhender Ladung erzeugt, sprechen wir von einem **elektrostatischen Feld**.

Elektrische Felder sind gerichtete Felder, also **Vektorfelder**.

Ein elektrisches Feld kann erzeugt werden mit einer Einrichtung, die Ladungen zu trennen vermag, mit einer Quelle.

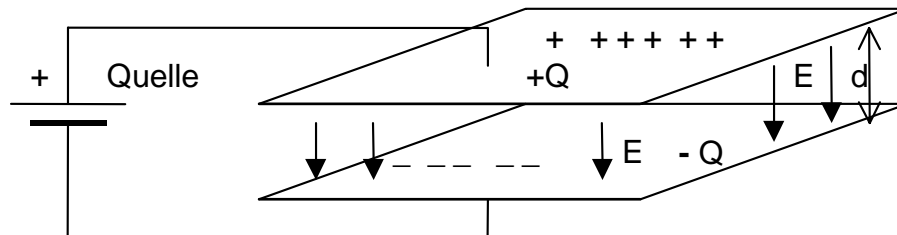


Fig. 2-4 Elektrisches Feld zwischen zwei metallischen Platten

Die Quelle U bewirkt eine Ladungstrennung. Die obere Metallplatte weist einen Elektronenmangel, die untere einen Elektronenüberschuss, auf. Der Zustand bleibt erhalten, wenn die Quelle entfernt wird. Die beiden Metallplatten zeigen sich dann als unterschiedlich geladene Körper. Die Anordnung speichert Ladung (Ladungsspeicher).

Elektrische Ladungen treten **paarweise** auf. Einer positiven Ladung steht eine negative Ladung gegenüber. Erscheint eine Einzelladung, dann ist ihre Gegenladung sehr weit entfernt.

Eine Anordnung nach Fig. 2-4 nennen wir **Kondensator**.⁵ Der Isolator zwischen den beiden metallischen Platten (hier Luft oder Vakuum) heisst **Dielektrikum**.⁶

2.2.2 Die elektrischen Feldgrößen

Auf eine kleine Menge Ladung, eine Probeladung ΔQ , in einem elektrischen Feld wirkt eine Kraft F , die sich proportional zur Ladungsmenge verhält.

Mit $F \sim \Delta Q$ lässt sich mit der Proportionalitätskonstante E auch schreiben $F = E \cdot \Delta Q$.

Die Proportionalitätskonstante **E** macht eine Aussage über die Stärke des elektrischen Feldes und wird daher **elektrische Feldstärke** genannt.

⁵ lat.: condensus; sehr dicht, dicht gedrängt, «Verdichter». Der Kondensator ist ein Ladungsspeicher.

⁶ Bezeichnung für eine Substanz, die Elektrizität nicht oder nur sehr wenig leitet, aber durch Reibung oder Ladung selber elektr. erregt werden kann (z.B. Bernstein, Quarz, Glimmer). Ein absoluter Nichtleiter ist das Vakuum.

Allgemein ist die Kraft F eine gerichtete Grösse, ein Vektor. Die Ladung Q stellt sich als skalare Grösse dar. Damit muss die elektrische Feldstärke E eine gerichtete Grösse, ein Vektor, sein.⁷

$$\vec{F} = \Delta Q \cdot \vec{E} \quad \text{oder} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}}{\Delta Q} \quad (2-2)$$

Feldstärke E und Kraft F haben bei positiver Probeladung $+\Delta Q$ die gleiche und bei negativer Probeladung $-\Delta Q$ entgegengesetzte Richtung.

Das elektrische Feld wird oft in Feldlinien dargestellt. Feldlinien geben an, in welcher Richtung die Kraft auf eine positive Probeladung wirkt.

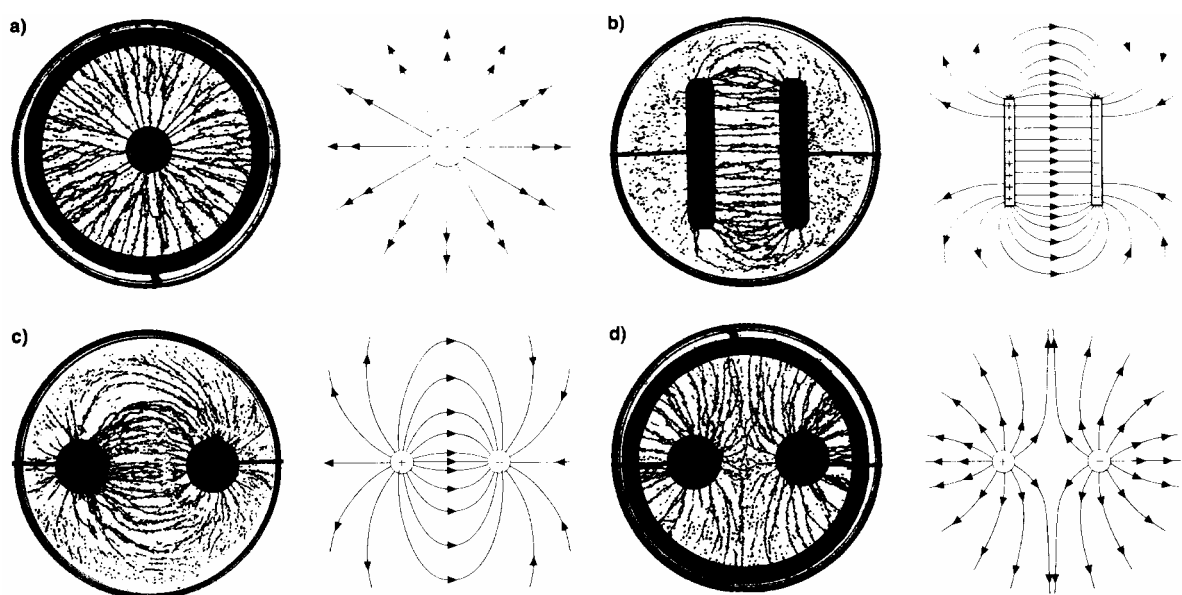


Fig. 2-5 Elektrische Felder. (Aus [L 2-3] S.183)

In der Anordnung nach Fig. 2-4 verlaufen alle Feldlinien parallel. Das elektrische Feld im Plattenkondensator ist homogen.⁸

Bewegen wir in Fig. 2-4 eine positive Probeladung ΔQ von der unteren Platte zur oberen Platte, wirkt auf sie die Kraft $F = E \cdot \Delta Q$; dabei sei d der Abstand der beiden metallischen Platten.

Es ist die Energie $W = F \cdot d = E \cdot \Delta Q \cdot d$ aufzuwenden, um die Probeladung von der einen zur anderen Platte zu bringen.

⁷ Die Dimension der elektrischen Feldstärke E ergibt sich aus NC^{-1} zu Vm^{-1} .

⁸ Die Randzone wird dabei nicht betrachtet.

Es gilt auch $W = U \cdot I \cdot t = U \cdot \Delta Q$ und durch gleichsetzen wird $E \cdot d = U$. Für das homogene Feld gilt:

$$E = \frac{U}{d} \quad (2-3)$$

Entlang eines sehr kurzen Wegstückes gilt $\Delta U = E \cdot \Delta \ell$. Für ein inhomogenes E - Vektorfeld lässt sich verallgemeinert sagen:

$$U_{1,2} = - \sum_{i=1}^n \vec{E} \cdot \vec{\Delta \ell}_i \quad (2-4)$$

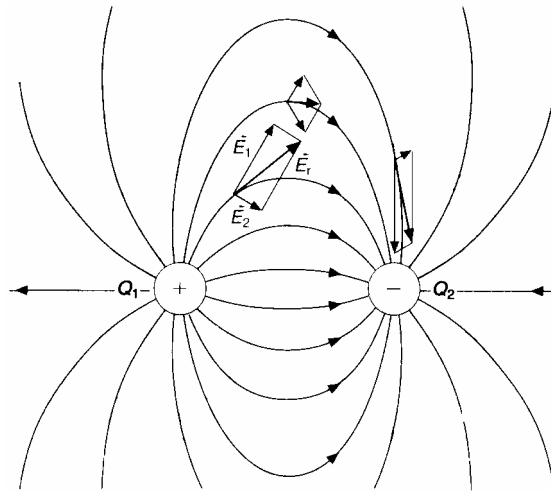


Fig. 2-6 Feld zweier Punktladungen. (Aus [L 2-3] S.185)

Das Feld zweier Punktladungen kann als Überlagerung der beiden Radialfelder verstanden werden.

Das räumliche Radialfeld einer Punktladung ist proportional zur Ladung Q und umgekehrt proportional zu Radius r im Quadrat:

$$E \sim \frac{Q}{r^2} \quad (2-5)$$

2.2.3 Äquipotenzialflächen

Im elektrischen Feld finden sich Flächen mit gleichbleibendem Potential ϕ_k , sogenannte Äquipotenzialflächen. Die Spannungsdifferenz $U_{1,2}$ lässt sich auch ausdrücken als Differenz zwischen den Potentialen zweier Äquipotenzialflächen ϕ_1 und ϕ_2 .

$$U_{1,2} = \phi_1 - \phi_2 \quad (2-6)$$

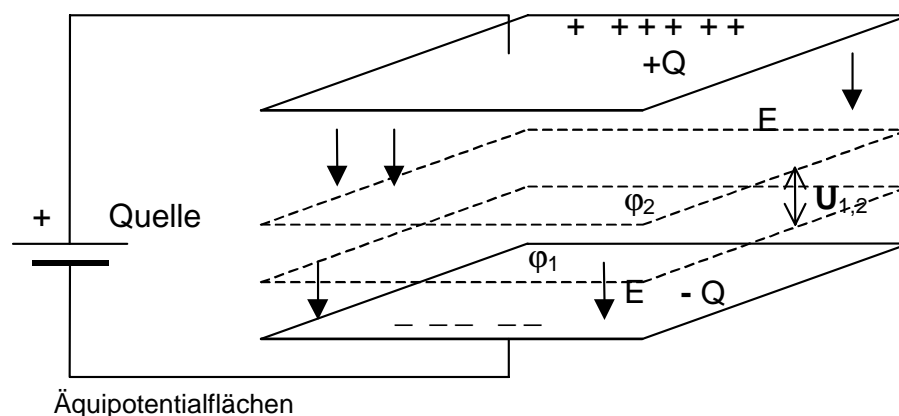


Fig. 2-7

Äquipotentialflächen

2.2.4 Feldstärke E und felderzeugende Ladung Q

Die Feldstärke E ist der felderzeugenden Ladung Q proportional. Werden zwei Platten in einer Anordnung nach Fig. 2-4 in unterschiedlichen Abstand d gebracht und die zu $E = U/d$ gehörende felderzeugende Ladung Q gemessen, lässt sich $E \sim Q$ ermitteln.

Wird der Versuch mit Platten unterschiedlicher Fläche A wiederholt, lässt sich feststellen, dass sich der Quotient Q/E proportional zur Fläche A verhält. Aus $Q/E \sim A$ ergibt sich, dass $E \sim Q/A$.

Für das homogene Feld zwischen zwei Platten ergibt sich

$$\frac{Q}{A} = \epsilon_0 \cdot E = D \quad (2-7)$$

Der Quotient $Q/A = D$ heisst Flächenladungsdichte⁹ und ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante mit $\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ C/Vm} = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$.¹⁰

2.2.5 Elektrische Influenz. Ladungstrennung

Wird ein Leiter in ein elektrostatisches Feld gelegt, dann werden sich die in ihm befindenden freien Elektronen aufgrund der Kräfte, die auf die Ladungen wirken, innerhalb des Leiters verschoben. Die Elektronen wandern auf jene Seite des Leiters, die dem positiven Potential zugewandt ist.

Wir nennen diesen Vorgang «Influenz».¹¹

⁹ Die Flächenladungsdichte wird auch **Verschiebungsdichte**, Verschiebungsflussdichte oder dielektrische Verschiebung genannt. D ist wie E eine vektorielle Grösse.

¹⁰ Die elektrische Feldkonstante wird auch **Dielektrizitätskonstante des Vakuums** genannt.

¹¹ lat.: influere, einfließen; influo, hineinfließen, unvermerkt eindringen, sich einschleichen. Influenza: Grippe. Influenzmaschine: Elektrisiermaschine (Ladungstrennung).

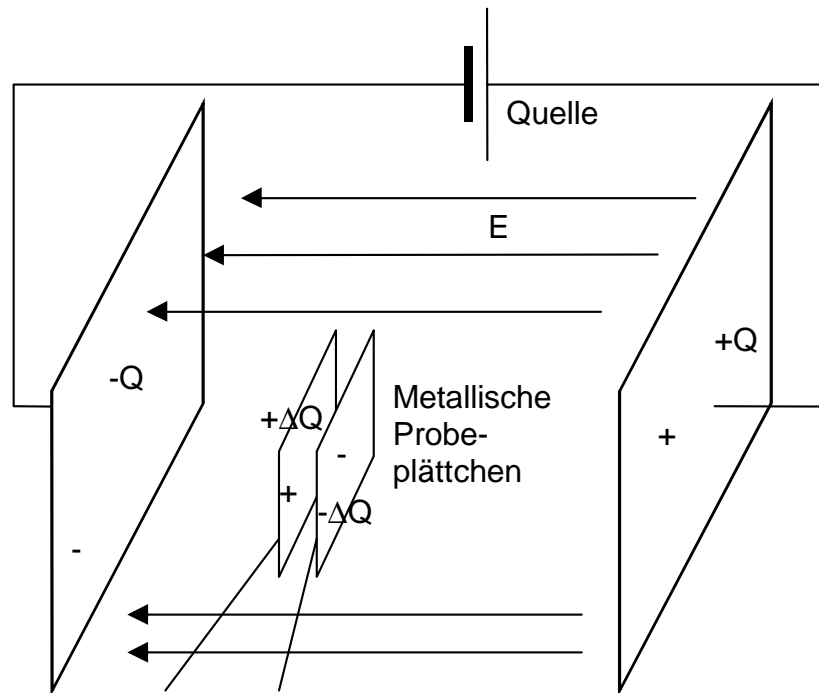


Fig. 2-8 Influenz. Ladungstrennung

Es werden zwei aneinander liegende metallische Plättchen in das elektrische Feld E gebracht und dort getrennt. Zwischen den Plättchen entsteht ein feldfreier Raum.¹²

In die beiden metallischen Plättchen mit der Fläche ΔA dringen, solange diese sich im Feld befinden, gleich viele Feldlinien ein und wieder aus.

Durch die Influenz wanderten die Elektronen in der Probefläche ΔA auf die der $+Q$ - Platte zugewandte Seite.

Nehmen wir die Plättchen getrennt aus dem Feld, bleibt die Ladung je erhalten. Es wurde die Ladung ΔQ influenziert und zwischen den beiden Probeflächen besteht ein umgekehrt gerichtetes Feld E , das gleich gross ist wie das äussere Feld $E=U/d$.

Es gilt

$$\frac{\Delta Q}{\Delta A} = \epsilon_0 \cdot E = D \quad (2-8)$$

Der so gefundene Zusammenhang gilt auch im inhomogenen Feld, wenn die Probeplatten genügend klein sind. In einer sehr kleinen Umgebung kann das Feld als angenähert homogen angesehen werden.

2.2.6 Relative Dielektrizitätskonstante

Die Menge der influenzierten Ladung ist abhängig vom **Dielektrikum**, das heisst vom Material im Feldraum.

¹² Eine Anordnung, in der innerhalb eines Feldes ein feldfreier Raum vorhanden ist, wird «Faradayscher Käfig» genannt.

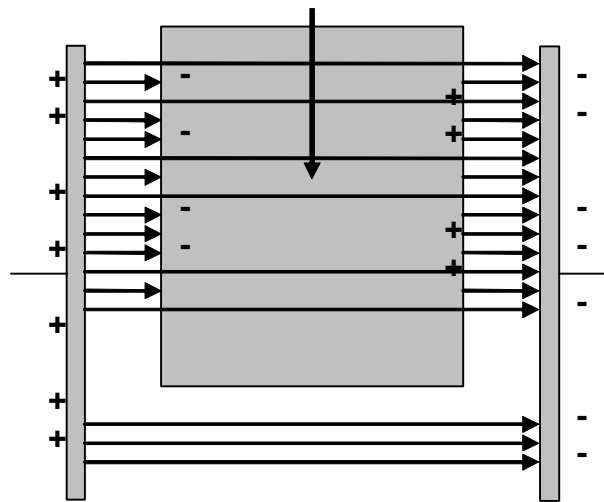


Fig. 2-9 Dielektrikum zwischen Platten

Zwischen zwei geladene Metallplatten wird ein nicht leitender Stoff, ein Dielektrikum eingeführt. Dadurch sinkt bei gleich bleibender Ladung Q die Spannung U zwischen den Platten. Das bedeutet wegen $U = E \cdot d$ eine Senkung der Feldstärke E . Aufgrund des äusseren elektrischen Feldes richten sich im Dielektrikum Ladungen aus (elektrische Dipole). Auf den Aussenflächen des Dielektrikums entsteht eine Oberflächenladung Q_A . Diese Oberflächenladung „bindet“ einen Teil der Ladung Q .

In den meisten Dielektrika (nichtleitende Stoffe) ist $D \sim E$,¹³ das heisst es gilt

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E} \quad (2-9)$$

Die Proportionalitätskonstante ε heisst Dielektrizitätskonstante.¹⁴

ε setzt sich zusammen aus einer Konstanten ε_0 , der Dielektrizitätskonstanten des Vakuums (elektrische Feldkonstante) und einer materialabhängigen Grösse ε_r , der relativen Dielektrizitätskonstanten.¹⁵

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ C(Vm)}^{-1} && \text{Dielektrizitätskonstante,} \\ &= 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} && \text{des Vakuums} \\ &= 8,8542 \text{ pFm}^{-1} && \text{elektrische Feldkonstante,} \\ & && \text{Permittivität} \end{aligned}$$

$$\varepsilon_r \quad \text{relative Dielektrizitätskonstante, **Dielektrizitätszahl**,}$$

$$\text{relative Permittivität, Permittivitätszahl}$$

¹³ Bei den Dielektrika werden polare und unpolare Stoffe unterschieden.

¹⁴ Die Dielektrizitätskonstante ist bei einigen Stoffen, zum Beispiel Bariumtitanat, nicht konstant, sondern vom angelegten E -Feld abhängig.

¹⁵ Bekannt ist auch die elektrische Suszeptibilität χ . Es gilt $\chi = \varepsilon_r - 1$ oder $\varepsilon_r = 1 + \chi$

¹⁶ F steht für Farad zu Ehren von M. FARADAY

Permittivität ϵ_r einiger Stoffe:

Stoff	ϵ_r	Stoff	ϵ_r
Bariumtitanat	>1000	Plexiglas	3
Glas	4 .. 12	Porzellan	6
Glimmer	5 .. 8	PTFE, Teflon®	2,1
Luft	1,0006	Transformatoröl	2,3
Vakuum	1	Wasser (destilliert)	81
		Pertinax	4,8

Tabelle 2-1 Permittivitätszahlen

2.2.7 Die Kapazität C

Zwei gegenüberliegende Metallplatten stellen einen Ladungsspeicher dar. Solche Ladungsspeicher nennen wir **Kondensator** (hier Plattenkondensator). Zwischen den Platten befindet sich das Dielektrikum.⁵

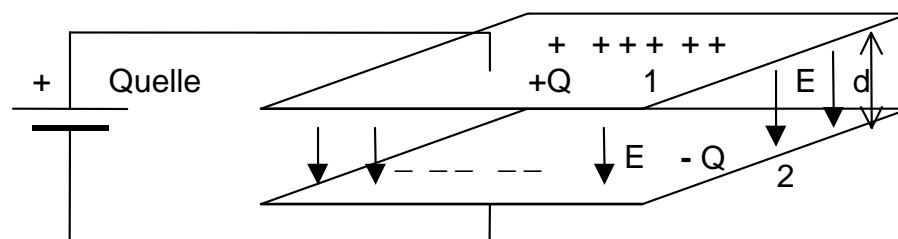


Fig. 2-10 Plattenkondensator

Die Ladung Q auf den beiden Platten ist proportional abhängig von der angelegten Spannung U : $Q \sim U$.

Es gilt:

$$Q \sim U \quad \text{oder} \quad Q = C \cdot U \quad (2-10)$$

Die Proportionalitätskonstante C nennen wir Kapazität. Die Kapazität ist ein Mass für die Speicherfähigkeit des felderzeugenden Plattenpaares. Die Grösse von C ist abhängig von den geometrischen Abmessungen einerseits und vom eingebrachten Dielektrikum andererseits.

Im homogenen Feld gilt $D \cdot A = Q$. Darin stellt A die Fläche einer metallischen Kondensatorplatte dar. Zudem sind $D = \epsilon \cdot E$ und $U = E \cdot d$.

Zusammengestellt wird

$$C = \frac{\epsilon \cdot A}{d} \quad (2-11)^{17,18}$$

¹⁷ Aus der Formel ergibt sich die Dimension der Kapazität C zu $[C] = \text{AsV}^{-1} = \text{F}$ Farad.

Die Beziehung $Q = I \cdot t = C \cdot U$ muss in jedem Augenblick erfüllt sein. Dies gilt auch, wenn $U = u(t)$, wenn sich die Spannung in der Zeit ändert.

2.2.8 Energie und Kraft im elektrostatischen Feld

Im Feld eines geladenen Kondensators ist Energie gespeichert. Die Menge dieser Arbeit lässt sich bestimmen.

Zwischen den beiden Elektroden 1 und 2 eines Plattenkondensators werde eine kleine Probeladung ΔQ eingebracht.

Auf diese Probeladung ΔQ wirkt die $\Delta F = \Delta Q \cdot E$. Bringen wir die Probeladung ΔQ von der oberen Platte 1 auf die untere Platte 2, wird

- die Spannung zwischen den Platten um ΔU verkleinert und
- die Energie im Feld nimmt um ΔW ab.

Es gilt für ΔW im homogenen Feld

$$\Delta W = \sum_k \vec{\Delta F}_k \cdot \vec{\Delta l}_k = \sum_k \Delta Q \cdot \vec{E} \cdot \vec{\Delta l}_k = U \cdot \Delta Q = \frac{Q}{C} \cdot \Delta Q$$

Bringen wir die gesamte Ladung Q von der oberen auf die untere Platte, berechnet sich die gesamte Energie zu

$$W = \sum_i \Delta W_i = \sum_i \frac{Q}{C} \cdot \Delta Q_i = \frac{Q^2}{2 \cdot C} = \frac{Q \cdot U}{2} = \frac{C \cdot U^2}{2} \quad (2-12)$$

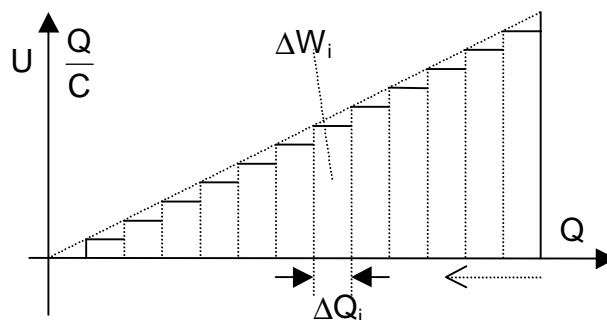


Fig. 2-11 Energie im Kondensator

Kraftwirkung

Die beiden Platten ziehen sich mit der Kraft F an. F ergibt sich zu

¹⁸ Zu Ehren von Michael FARADAY, 22.9.1791-25.8.1867, brit. Physiker und Chemiker, entdeckt das Benzol, die Gesetze der elektromagn. Induktion, den F'schen Käfig und so weiter.

$$F = \frac{\varepsilon \cdot A \cdot U^2}{2 \cdot d^2} \quad (2-13)$$

2.2.9 Energiedichte

Beim betrachteten Kondensator ist die Energie im Feld gespeichert. In vielen Fällen interessiert die Energiedichte w in elektrischen Feldern.

Betrachten wir ein kleines Volumenelement ΔV und die darin enthaltene Energie ΔW , ergibt sich die Energiedichte w aus dem Verhältnis von ΔW zu ΔV .

Im betrachteten Kondensator wird die Energiedichte w zu

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon \cdot E^2}{2} = \frac{D^2}{2 \cdot \varepsilon} = \frac{E \cdot D}{2} \quad (2-14)$$

2.3 Der elektrische Stromkreis

2.3.1 Der Stromkreis

Der elektrische Stromkreis besteht aus idealen Quellen und Widerständen (Verbrauchern). Diese Elemente sind durch ideale Leitungen miteinander verbunden. (Vgl. 2.3.2)

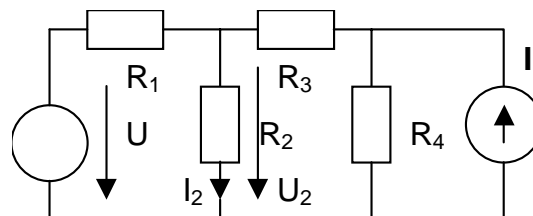


Fig. 2-12 elektrischer Stromkreis

Der Spannungspfeil an der Quelle zeigt vom positiven zum negativen Pol oder Anschluss. Der Spannungspfeil **an** der Quelle ist der technischen Stromrichtung **in** der Quelle entgegengesetzt.¹⁹

Am Verbraucher (R_1, R_2, R_3, R_4) zeigen der Spannungspfeil und der Strompfeil in der gleichen Richtung.²⁰ Spannungs- und Strompfeile sind Zählpfeile (Skalar).

¹⁹ Die technische Stromrichtung ist der Flussrichtung der Elektronen entgegengesetzt.

²⁰ VZS. Verbraucherzählpfeilsystem.

2.3.2 Definitionen

2.3.2.1 Die ideale Spannungsquelle

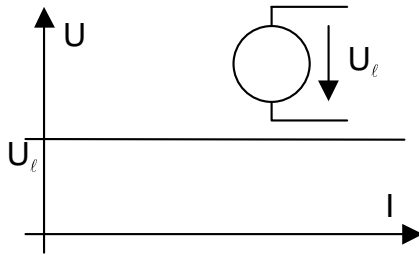


Fig. 2-13 Ideale Spannungsquelle

Eine Spannungsquelle ist **ideal**, wenn an ihren Klemmen eine **konstante Spannung** besteht.

Dies unabhängig vom Strom, der dieser Quelle entnommen wird.

2.3.2.2 Die ideale Stromquelle

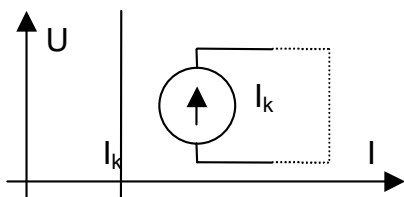


Fig. 2-14 Ideale Stromquelle

Eine Stromquelle ist **ideal**, wenn an ihren Klemmen ein **konstanter Strom** fließt.

Dies gilt unabhängig von der Spannung, die über den Klemmen herrscht.

2.3.2.3 Der ideale Leerlauf



Fig. 2-15 Idealer Leerlauf

Zwischen zwei Anschlussklemmen besteht ein **idealer Leerlauf**, wenn zwischen diesen Klemmen kein Strom fließt.

Dies unabhängig von der Spannung, die zwischen diesen Klemmen besteht.

2.3.2.4 Der ideale Kurzschluss

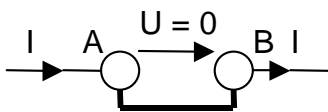


Fig. 2-16 Idealer Kurzschluss

Zwischen zwei Anschlussklemmen besteht ein **idealer Kurzschluss**, wenn zwischen diesen Klemmen keine Spannung besteht.

Dies gilt unabhängig vom Strom, der durch diese Klemmen fließt.

2.3.3 Die KIRCHHOFF'schen Sätze²¹

2.3.3.1 Der Knotensatz

Unter einem **Knoten** verstehen wir einen Verbindungspunkt der Anschlüsse von Quellen und Verbrauchern.²²

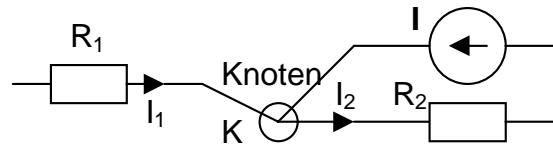


Fig. 2-17 Knotensatz

In einem Knoten gilt:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (2-15)$$

Die Gesamtsumme der einem Knoten zufließenden und von ihm wegfließenden Ströme ist gleich Null.

Dabei werden die zufließenden Ströme mit einem positiven und die wegfließenden Ströme mit einem negativen Vorzeichen versehen.²³

Umgeformt und für die praktische Anwendung geeigneter ergibt sich

$$\sum_{i=1}^n I_{i \text{ zufließend}} = \sum_{k=1}^m I_{k \text{ wegfließend}} \quad (2-16)$$

In einem Knoten ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der wegfließenden Ströme.

2.3.3.2 Der Maschensatz

Eine Masche entsteht, wenn wir mehrere Elemente²⁴ (Verbraucher, Quellen) in der Weise durchlaufen, dass keines der Elemente mehr als einmal durchlaufen wird und Anfangs- und Endpunkt zusammenfallen.

²¹ Robert KIRCHHOFF, 12.3.1824 – 17.10.1887, Physiker, Professor in Breslau, Heidelberg und Berlin. Strahlungsgesetz und Kirchhoffsche Sätze. Vorlesungen über mathematische Physik und Mechanik, 4 Bände gesammelte Abhandlungen.

²² Eine Verbindung mehrerer Anschlüsse durch löten, schrauben, wire-wrap, klemmen und so weiter.

²³ In einem Stromkreis, einem geschlossenen System, kann keine Ladung Q verloren gehen.

²⁴ Bis jetzt kennen wird folgende Elemente: Widerstand, ideale Spannungsquelle, ideale Stromquelle.

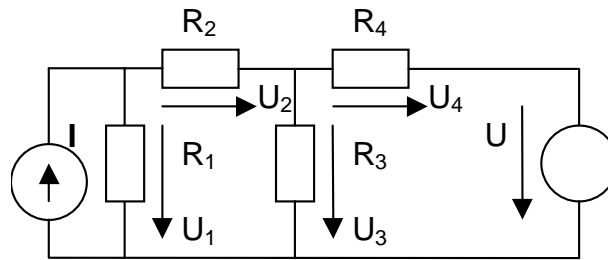


Fig. 2-18 Maschensatz

Die Summe aller Spannungen entlang einer Masche ist gleich Null.

Dabei werden die Spannungen in Laufrichtung mit positivem, die Spannungen entgegen der Laufrichtung mit negativem Vorzeichen versehen.

Entlang einer Masche gilt

$$\sum_{k=1}^n U_k = 0 \quad (2-17)$$

2.4 Die Serie- und Parallelschaltung von Widerständen

2.4.1 Die Serieschaltung von Widerständen

In der Serieschaltung werden die Widerstände hintereinander geschaltet.

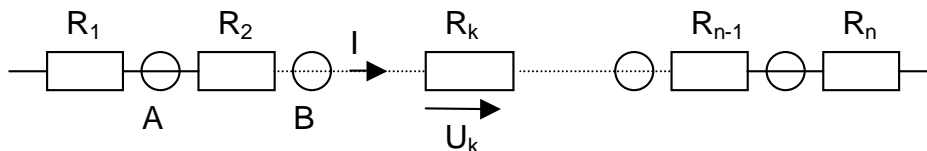


Fig. 2-19 Serieschaltung

In den Knoten A, B, C und so weiter gilt die Kirchhoffsche Knotenregel, das heisst die Ströme I_k sind in allen R_k gleich gross. $I_k = I$.

Mit der Maschenregel wird der Gesamtwiderstand R

$$R = \frac{U}{I} = \sum_{k=1}^n \frac{R_k \cdot I_k}{I} = \sum_{k=1}^n R_k = R \quad (2-18)$$

Der Gesamtwiderstand einer Serieschaltung ist gleich der Summe der Werte der Einzelwiderstände.

Der Gesamtwiderstand R ist stets grösser als der höchste Wert der beteiligten Widerstände.

2.4.2 Die Parallelschaltung von Widerständen

In der Parallelschaltung werden die Anschlussklemmen der Widerstände parallel zusammengeschaltet.

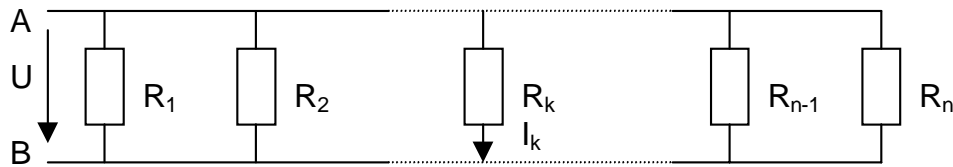


Fig. 2-20 Parallelschaltung

Über jedem Widerstand liegt die gleiche Spannung U an und es gilt für den Leitwert der einzelnen Widerstände $G_k = I_k / U$. Mit der Knotenregel ist der Gesamtstrom gleich der Summe der Einzelströme. Damit wird

$$G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{I_k}{U} = \sum_{k=1}^n G_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (2-19)$$

Der Gesamtleitwert G ist gleich der Summe der Einzelleitwerte und

Der Gesamtwiderstandes ist gleich dem Reziprokwert der Summe der Reziprokwerte der Einzelwiderstände.

Der Gesamtwiderstand ist stets kleiner als der tiefste Wert der beteiligten Widerstände.

Sind nur zwei Widerstände an der Schaltung beteiligt, ergeben sich folgende Formeln

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{und} \quad R_1 = \frac{R_2 \cdot R}{R_2 - R} \quad (2-20)$$

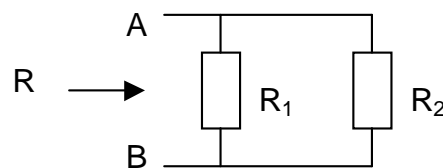
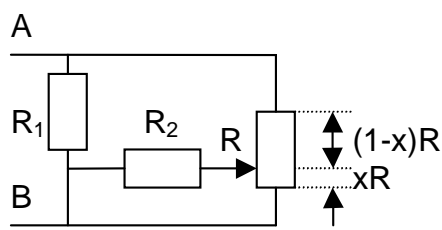


Fig. 2-21 Parallelschaltung von zwei Widerständen

2.4.3 Kombinationen

Wenn drei oder mehr Widerstände so zusammengesetzt werden, dass gleichzeitig Serie- und Parallelschaltungen entstehen, muss mit den Formeln 2.4.1 nach 2.4.2 und kombiniert gerechnet werden.

Beispiel: Wie gross wird der Widerstand R_{AB} zwischen den Klemmen A und B der Schaltung nach Fig. 2-22 mit einem einstellbaren Widerstand (Potentiometer).



$$R_{AB} = R_1 \parallel [(1-x) \cdot R + R_2 \parallel x \cdot R]$$

mit $R_1 = p \cdot R$, $R_2 = q \cdot R$ und $0 \leq x \leq 1$ wird

$$\frac{R_{AB}}{R} = \frac{p \cdot (q + x - x^2)}{(1+p) \cdot q + (1+p) \cdot x - x^2}$$

Fig. 2-22 Serie- und Parallelschaltung

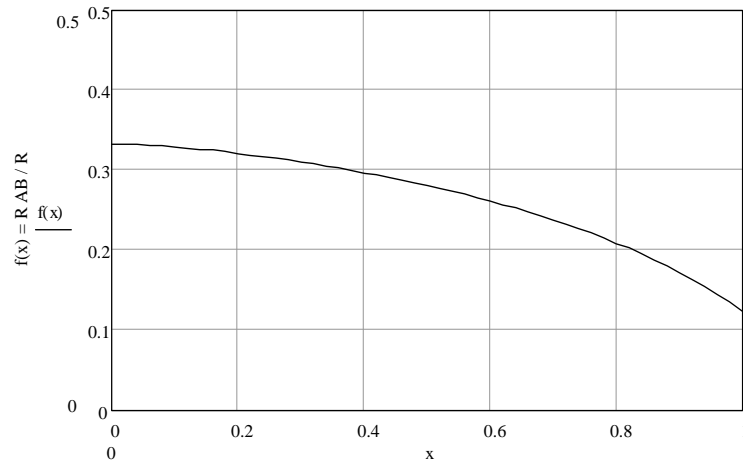
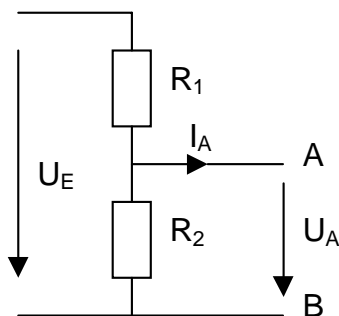


Fig. 2-23 Graph zu Serie- und Parallelschaltung. (Mit [L 2-4])

2.5 Der Spannungsteiler und der Stromteiler

2.5.1 Der leerlaufende Spannungsteiler



Sind zwei oder mehr Widerstände in Serie geschaltet, verhalten sich die Spannungen über den Widerständen proportional zu den Widerständen.

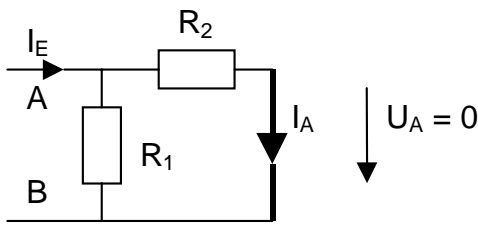
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Fig. 2-24 Leerlaufender Spannungsteiler

Mit $I_A = 0$ ist der Spannungsteiler nicht belastet. Für den unbelasteten Spannungsteiler gilt die **Spannungsteilerformel**

$$U_A = U_E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_E \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_2} \tag{2-21}$$

2.5.2 Der kurzgeschlossene Stromteiler



Sind zwei oder mehr Widerstände parallel geschaltet, verhalten sich die Ströme durch die Widerständen umgekehrt proportional zu den Widerständen.

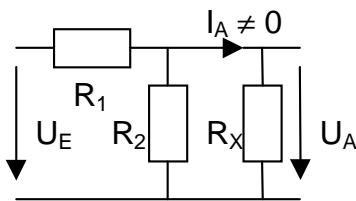
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Fig. 2-25 Leerlaufender Spannungsteiler

Mit $U_A = 0$ ist der Stromteiler kurzgeschlossen und es gilt die Stromteilerformel

$$I_A = I_E \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = I_E \cdot \frac{G_2}{G_1 + G_2} \tag{2-22}$$

2.5.3 Der belastete Spannungsteiler



Aus der Spannungsteilerformel wird für den mit R_X belasteten Spannungsteiler

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{R_2 // R_X}{R_1 + R_2 // R_X} \text{ und umgeformt}$$

$$\frac{U_A}{U_E} = \frac{R_2 \cdot R_X}{R_1 \cdot R_2 + R_X \cdot (R_1 + R_2)}$$

Fig. 2-26 Belasteter Spannungsteiler

Daraus ergibt sich $\frac{U_A}{U_E} = \frac{K \cdot X}{1 + X}$, worin $K = \frac{R_1 // R_2}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ und $X = \frac{R_X}{R_1 // R_2}$ mit $0 \leq X < \infty$; $0 \leq K \leq 1$

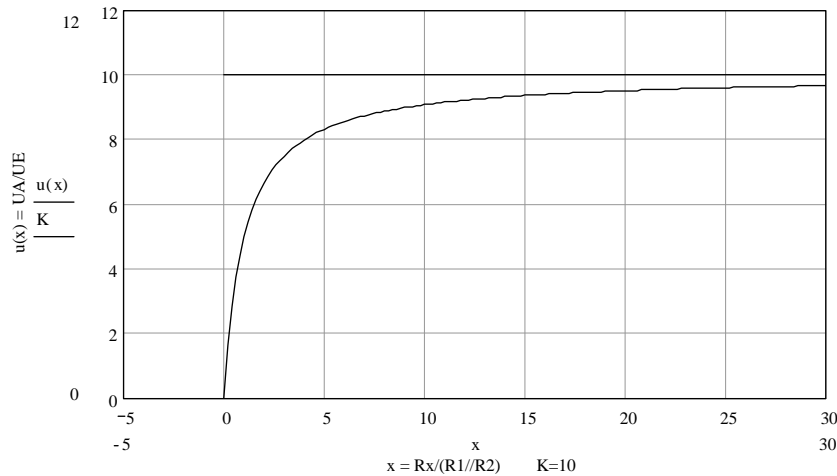


Fig. 2-27 Belasteter Spannungsteiler. (Mit [L 2-4])

Frage: Bis zu welchem Wert **A** muss $R_X \geq (R_1 // R_2) \cdot A$ erfüllt sein, damit eine Berech-

nung von U_A mit dem leerlaufenden Spannungsteiler um höchstens $b\%$ vom wirklichen Wert abweicht.

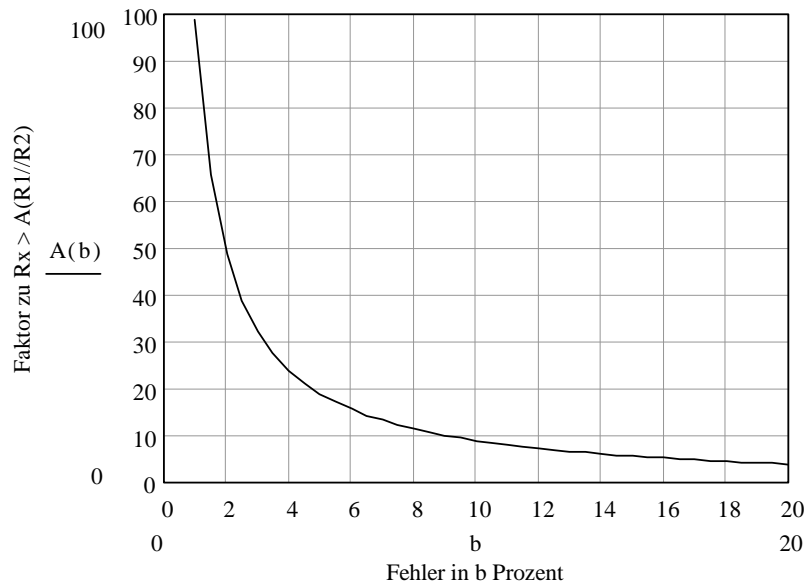


Fig. 2-28 Fehler der Abweichung zum leerlaufenden Spannungsteiler. (Mit [L 2-4])

2.6 Das Bauelement Widerstand

2.6.1 Bauformen

Der Widerstand R ist die Eigenschaft eines Bauelementes dem OHM'schen Gesetz zu gehorchen. Das Bauelement selber wird auch als Widerstand bezeichnet.

Die einfachste Bauform ergibt sich aus dem Widerstand eines Leiters:



Fig. 2-29 Drahtwiderstand (unifilar und bifilar). (Aus [L 2-1], S.56)

Diese Bauform wird benutzt für die Herstellung von Widerständen hoher Leistung und von Widerständen mit einem Abgriff (Trimmpotentiometer).

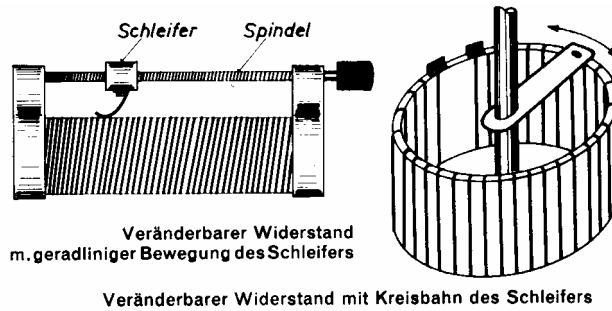


Fig. 2-30 Widerstand mit Abgriff (Potentiometer). (Aus [L 2-1], S.57)

Häufig im Einsatz sind gewendelte Kohle- oder Metallschichtwiderstände.

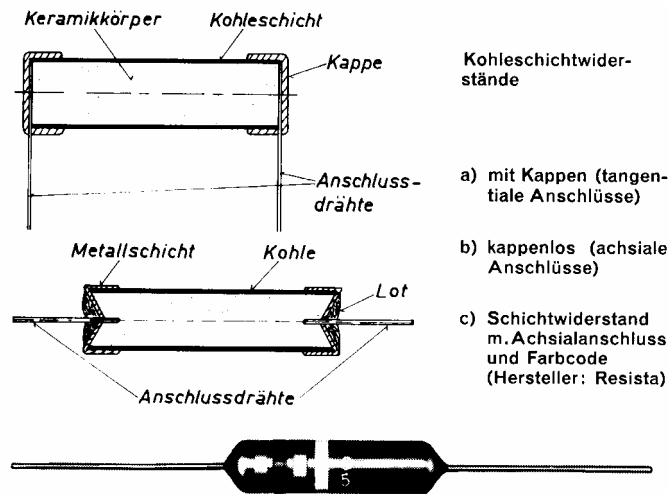


Fig. 2-31 Schichtwiderstand. (Aus [L 2-1], S.59)

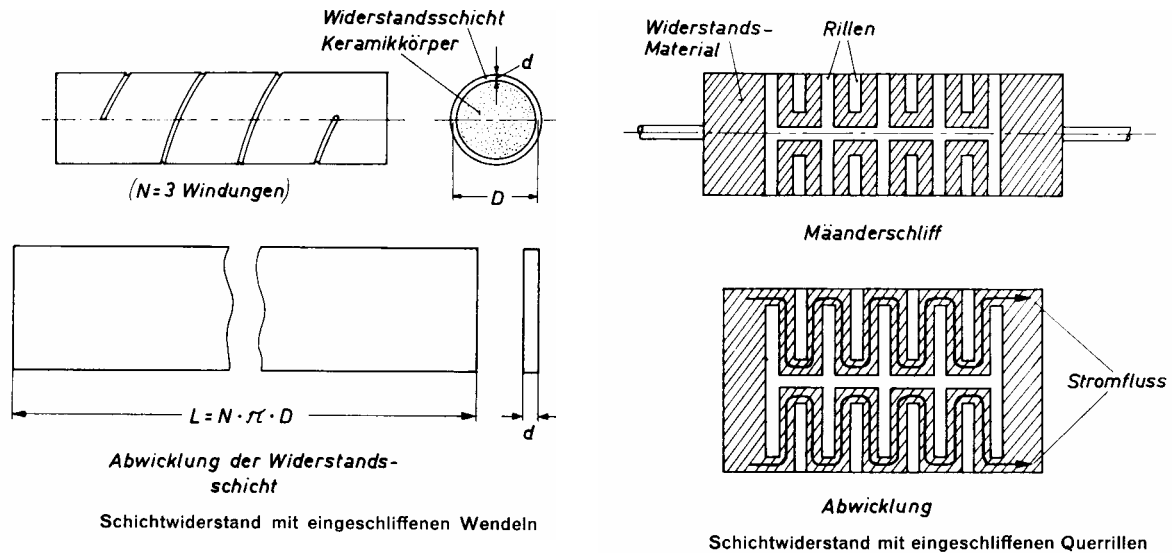
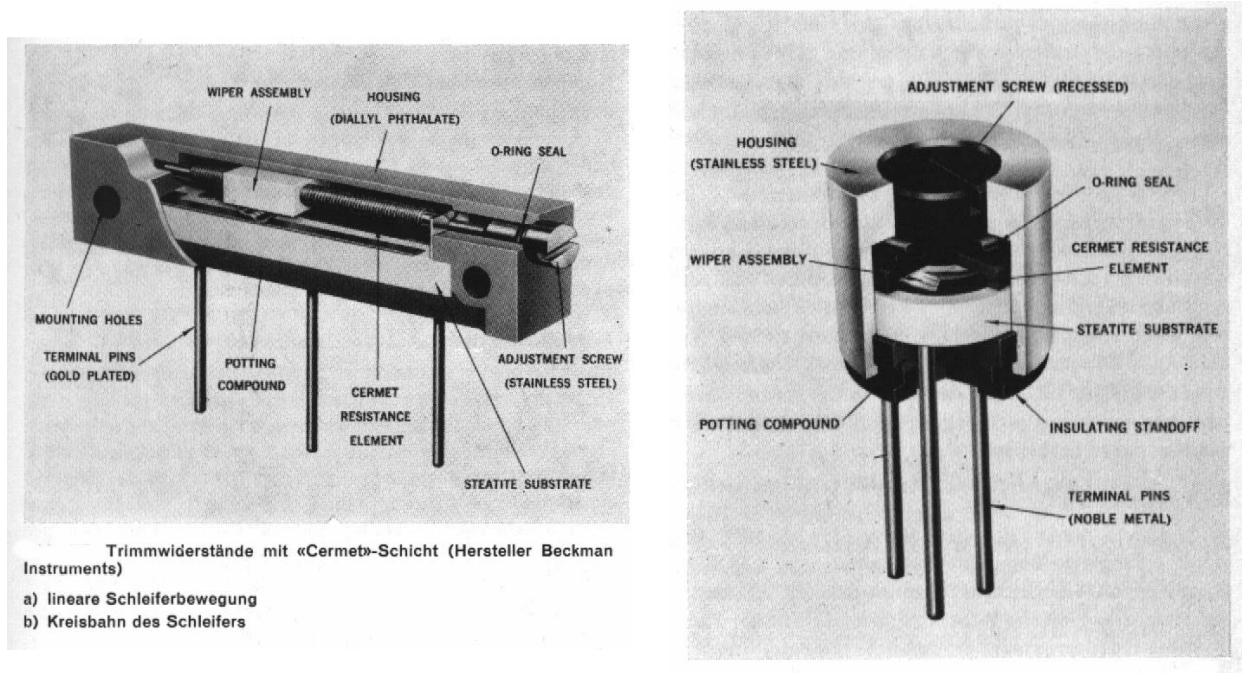


Fig. 2-32 Schichtwiderstand gewandelt, gerillt. (Aus [L 2-1], S.60)

Widerstände mit einem Abgriff (Potentiometer, Trimmer) können ebenfalls beschichtet sein.



Trimmwiderstände mit «Cermet»-Schicht (Hersteller Beckman Instruments)
 a) lineare Schleiferbewegung
 b) Kreisbahn des Schleifers

Fig. 2-33 Schichtwiderstand mit Abgriff (Trimmer). (Aus [L 2-1], S.65)

Veränderbare Widerstände (DIN 41450)		
Bauformen von veränderbaren Widerständen		
<p>Schichtdrehwiderstand</p> <p>Schraub-befestigung, Anschlüsse E S A, Einstell-achse, Gehäuse, Gehäuse-anschluss</p>	<p>Schichtschiebewiderstand</p>	<p>Drahtdrehwiderstand</p>
<p>Wendeldrehwiderstand</p> <p>wendelförmige Widerstandsbahn</p>	<p>Spindeldrehwiderstand</p> <p>Schleifer Spindel, Stell-schraube, Gehäuse, A S E</p>	<p>Trimmerwiderstand</p> <p>Schleifer, Widerstands-bahn, Anschlüsse A S E</p>

Fig. 2-34 Potentiometer und Trimmer. (Aus [L 2-5])

Heute werden Widerstände vornehmlich in SMD Bauformen eingesetzt („Chip“ Widerstände).²⁵

²⁵ SMD: Surface Mounted Devices: „oberflächenmontiertes Bauelement“. Grössen im mm Bereich.

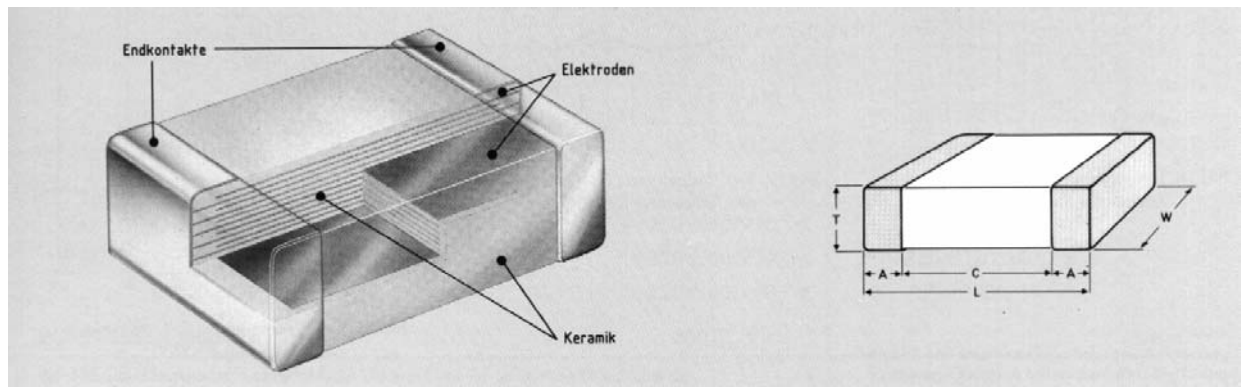


Fig. 2-35 SMD oder Chip Widerstand (Bild Philips)

2.6.2 Normreihen. Farbencode

2.6.2.1 Die Normreihen

Der Widerstandsbereich käuflicher Widerstände liegt etwa zwischen 1Ω bis $10M\Omega$, das heisst im Bereich von etwa 7 Dekaden.²⁶

Obgleich Widerstände für jeden Wert herstellbar sind, werden nur bestimmte Werte angeboten. Die Werte sind in E - X Reihen normiert. X steht für die Anzahl Werte pro Dekade.

Bekannt für Bauelemente der Elektronik sind die Reihen E – 6, E – 12, E – 24, E – 48, E – 96, und E – 192.

Für praktische Arbeiten ist es geeignet, die Reihe E – 12 auswendig zu kennen.

Wert	Farbe 1	Farbe 2	Wert	Farbe 1	Farbe 2
10	braun	schwarz	33	orange	orange
12	braun	rot	39	orange	weiss
15	braun	grün	47	gelb	violett
18	braun	grau	56	grün	blau
22	rot	rot	68	blau	grau
27	rot	violett	82	grau	rot

Tabelle 2-2 Normreihe E - 12

Die Reihen entstehen als geometrische Reihen aus

$$\text{Wert} = 10 \cdot \sqrt[n]{10^k} \quad \text{worin } n = \text{Reihenwert und } k = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (2-23)$$

2.6.2.2 Der Farbencode

Die Bauelemente der Elektronik sind mit Zahlen bedruckt oder häufiger mit einem Farbencode versehen. Die Farben stehen für Zahlen und erleichtern das Auffinden des gesuchten Wertes. Für praktische Arbeiten ist es geeignet, den Farbencode auswendig zu kennen.

²⁶ Dekade bezeichnet ein Verhältnis von 1:10 oder 10:1: 10 bis 100, $1k\Omega$ bis $10k\Omega$ und so weiter.

Zahl	Farbe	Zahl	Farbe
0	.s schwarz	5	.gn grün
1	.bn braun	6	.bl blau
2	.r rot	7	.v violett
3	.og orange	8	.gu grau
4	.gb gelb	9	.w weiss

Tabelle 2-3 Farbencode

2.6.2.3 Anwendung des Farbencode

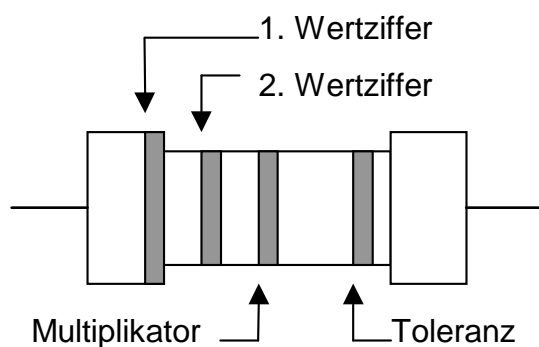


Fig. 2-36 Farbkennzeichnung

Mit den beiden Wertziffern wird der Reihenwert angegeben. Beispiel: Ring 1 orange, Ring 2 weiss meint 39.

Der Multiplikator multipliziert den Reihenwert mit 10 hoch Farbe.

Beispiel: Gelb = 10^4 .

Rot – violett – grün entspricht $R = 2,7 \text{ M}\Omega$.

Bei Metallschichtwiderständen wird der Reihenwert mit drei Ziffern angegeben. Der Multiplikator erscheint als vierter Ring.

2.6.3 Toleranzen. Belastbarkeit

2.6.3.1 Toleranzen

Die Bauelemente der Elektronik weisen Toleranzen auf. Die möglichen Toleranzen sind den Normreihen zugeordnet mit

Reihe	Toleranz	Farbe	Reihe	Toleranz	Farbe
E – 6	20 %	Farblos	E – 96	1 %	Braun
E – 12	10 %	Silber oder weiss	E – 192	0,5 %	Grün
E – 24	5 %	Gold oder grau		0,25 %	Blau
E – 48	2 %	rot		0,1 %	Violett

Tabelle 2-4 Toleranzen

Ein Widerstand von $18 \text{ k}\Omega$ aus der Reihe E – 12 mit 10 % Toleranz kann demnach Werte zwischen $16,2 \text{ k}\Omega$ und $19,8 \text{ k}\Omega$ annehmen.

Die Toleranzen sind so zugeordnet, dass die Fehlerbänder die ganze Dekade abdecken. Bei Metallschichtwiderständen ist die Toleranz als fünfter Ring aufgetragen.

2.6.3.2 Belastung

Die einem Widerstand zugeführte elektrische Energie wird in Wärme umgesetzt, die abgeführt werden muss, wenn der Widerstand nicht zerstört werden soll. Zudem darf eine Höchstspannung am Element nicht überschritten werden, um Durchschläge zu vermeiden.

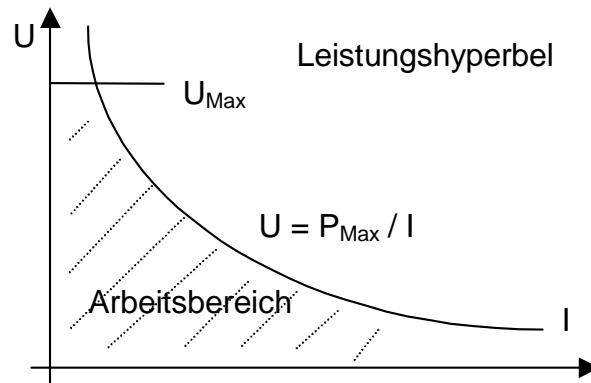


Fig. 2-37 Leistungshyperbel

Die Angaben der Hersteller sind zu beachten.

2.6.4 Temperaturabhängigkeit

Die Widerstandswerte sind bei 20 °C spezifiziert und temperaturabhängig nach der Formel $R(\vartheta) = R_{20} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\vartheta)$. Der Temperaturkoeffizient α in 1/Kelvin (K^{-1}) ist vom verwendeten Widerstandsmaterial abhängig.

Material	Drahtwiderstände	Kohleschichtwiderstände	Metallschichtwiderstände CrNi	Edelmetallschichtwiderstände Au/Pt
Temperaturkoeffizient α	CrNi: $< 250 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ Konstantan: $< 100 \cdot 10^{-6} K^{-1}$	- $200 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ bis - $1200 \cdot 10^{-6} K^{-1}$	0 bis $\pm 50 \cdot 10^{-6} K^{-1}$	$200 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ bis $350 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
Zulässige Temperatur	unkritisch	- 55 °C bis + 155 °C	- 65 °C bis + 175 °C	- 65 °C bis + 155 °C

Tabelle 2-5 Temperaturkoeffizienten verschiedener Materialien

Der Temperaturkoeffizient wird bei Metallschichtwiderständen als sechster Ring angegeben. Dies mit der Zuordnung

α	Farbe	α	Farbe
$250 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.s schwarz	$20 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.gn grün
$100 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.bn braun	$10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.bl blau
$50 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.r rot	$5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.v violett
$15 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.og orange	$1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.gu grau
$25 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.gb gelb		

Tabelle 2-6 Temperaturkoeffizienten in der Norm

Toleranzen und Temperaturkoeffizienten werden oft auch in „ppm“ oder „ppb“ angegeben.

- ppm Parts per Million Anzahl Teile auf 1 Million Teile
- ppb Parts per Billion Anzahl Teile auf 1 Milliarde Teile

So entsprechen $50 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ dem Wert 50 ppm K^{-1} oder $4 \cdot 10^{-7}$ entsprechen 400 ppb.

Es ist zu beachten, dass „billion“ nicht Billion, sondern Milliarde meint:

		American (U.S.A., Russland)	British
1.E+06	Million	one million	one million
1.E+09	Milliarde	one billion	one thousand million(s)
1.E+12	Billion	one trillion	one billion
1.E+15	Billiarde	one quatrillion	one thousand billion(s)
1.E+18	Trillion	one quintillion	one trillion
1.E+21	Trilliarde	one sextillion	one thousand trillion(s)
1.E+24	Quatrillion	one septillion	one quatrillion

Tabelle 2-7 Grosse Zahlen

Wenn also die Schweiz über ein Bruttoinlandprodukt BIP von 325 billion \$ verfügt, sind das nicht 390 Billionen CHF, sondern „nur“ 270 Milliarden Euro.

2.7 Die belastete reale Quelle

2.7.1 Die reale Quelle

Reale Quellen sind Energiewandler oder Einrichtungen, die Ladung zu trennen vermögen. Zwischen den Klemmen einer realen Quelle besteht eine Spannung U .

Wird ein Widerstand (Verbraucher) an die Klemmen angeschlossen, das heisst wird die Quelle belastet, dann fliesst ein Strom I_L durch diesen Widerstand und es

herrscht eine Spannung U_L an diesem Widerstand, an der Last R_L .

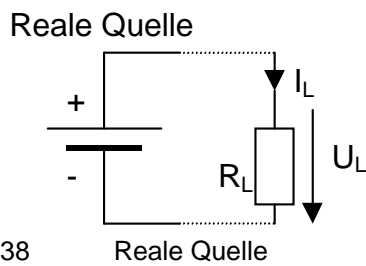


Fig. 2-38

Unabhängig von der praktischen Ausführung können wir bei einer **realen Quelle** weder von einer Stromquelle, noch von einer Spannungsquelle nach 2.3.2 sprechen.

Näheren Aufschluss erhalten wir durch eine Messung mit der nachfolgenden Messanordnung, die einen veränderbaren Lastwiderstand R_L enthält.

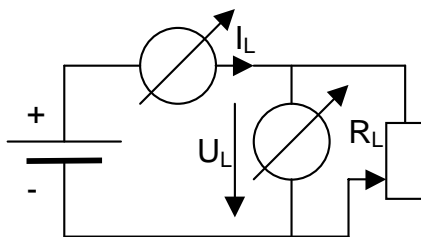
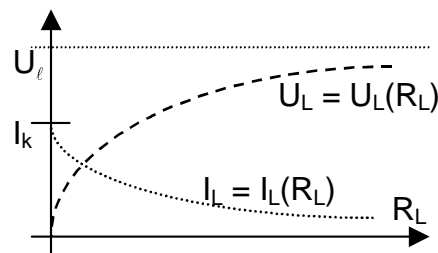


Fig. 2-39 Messung an realer Quelle



Die grösste Spannung U_ℓ wird bei $R_L \rightarrow \infty$ gemessen, das heisst wenn die Quelle leer läuft.

Die Spannung an einer Quelle im unbelasteten Zustand wird **Leerlaufspannung** U_ℓ genannt.

Mit $R_L = 0$ wird der grösste Strom I_k gemessen, das heisst wenn die Quelle kurzgeschlossen wird.

Der Strom aus einer Quelle im kurzgeschlossenen Zustand wird **Kurzschlussstrom** I_k genannt.²⁷

Aus dem Graph $U_L(R_L)$ und dem Graph $I_L(R_L)$ mit je der unabhängigen Variablen R_L kann die Funktion $U_L = U_L(I_L)$ beziehungsweise $I_L = I_L(U_L)$ gebildet werden.

Die Funktion $U_L = U_L(I_L)$ beziehungsweise $I_L = I_L(U_L)$ ist bei vielen Quelle über einen grossen Bereich ab U_ℓ linear.²⁸

²⁷ Reale Quellen dürfen nicht kurzgeschlossen werden. In den meisten Fällen führt der Kurzschluss zur Zerstörung der Quelle.

²⁸ Linear von 0 bis $I_k / 5 \dots I_k / 3$

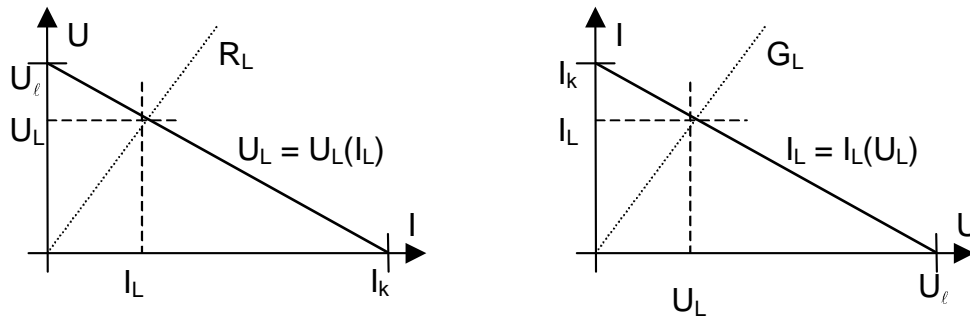


Fig. 2-40 Quellenkennlinien

Aus dieser Erkenntnis bilden wir das **Modell**²⁹ einer realen Quelle mit

$$U_L = U_L(I_L) = U_\ell - \frac{U_\ell}{I_k} \cdot I_L = U_\ell - R_i \cdot I_L \quad (2-24)$$

und

$$I_L = I_L(U_L) = I_k - \frac{I_k}{U_\ell} \cdot U_L = I_k - G_i \cdot U_L \quad (2-25)$$

Das **Modell** der realen Quelle dient der praktischen Anwendung, das heisst der Berechnung von Schaltkreisen.

Als **Ersatzschaltbilder** einer realen Quelle, das heisst einer Zusammensetzung aus idealen Bauelementen bieten sich an eine:

- ideale Spannungsquelle mit einem in Serie geschalteten Widerstand oder
- ideale Stromquelle mit einem parallel geschalteten Widerstand

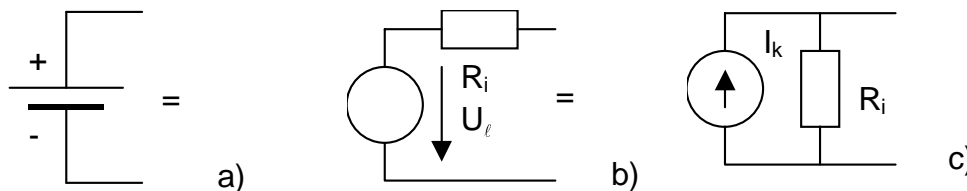


Fig. 2-41 Quellenersatzschaltbilder

Die beiden Ersatzschaltbilder zur realen Quelle sind identisch. Der Innenwiderstand R_i beziehungsweise der Innenleitwert G_i ist in beiden Ersatzschaltungen gleich gross.

Der Innenwiderstand ist untrennbar mit der idealen Quelle verbunden. Sie bilden zusammen eine Ganzheit.

Die Spannung über R_i in b) beziehungsweise der Strom durch R_i in c) können weder gemessen noch getrennt von der Leerlaufspannung oder dem Kurzschlussstrom beschrieben werden.

²⁹ Modell: Vorstellung, Abbildung der Wirklichkeit.

2.7.2 Innenwiderstand und Innenleitwert der idealen Quelle

Der Quelleninnenwiderstand oder Quellenwiderstand ergibt sich aus dem Verhältnis der Leerlaufspannung U_ℓ zum Kurzschlussstrom I_k .

Der Quellenwiderstand der idealen Spannungsquelle ist gleich Null und der Innenleitwert geht gegen unendlich.

Der Quellenwiderstand der idealen Stromquelle geht gegen unendlich und der Innenleitwert ist gleich Null

2.7.3 Der einfache Stromkreis mit realer Quelle

2.7.3.1 Spannung am und Strom durch den Lastwiderstand R_L

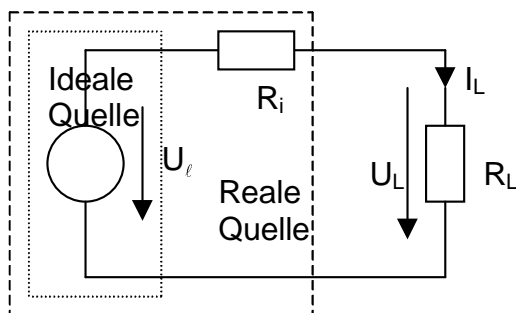


Fig. 2-42 Stromkreis mit realer Quelle 1

$$U_L = U_\ell \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L}$$

$$I_L = U_\ell \cdot \frac{1}{R_i + R_L}$$

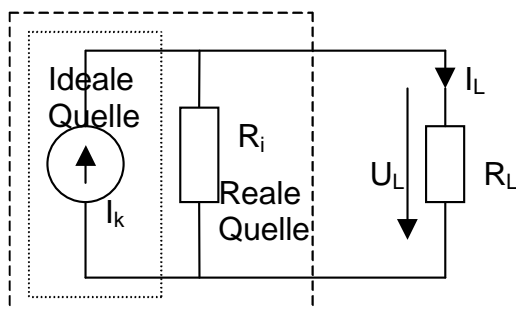


Fig. 2-43 Stromkreis mit realer Quelle 2

$$U_L = I_k \cdot \frac{R_i \cdot R_L}{R_i + R_L}$$

$$I_L = I_k \cdot \frac{R_i}{R_i + R_L}$$

2.7.3.2 Grafische Darstellung der Quellenkennlinie

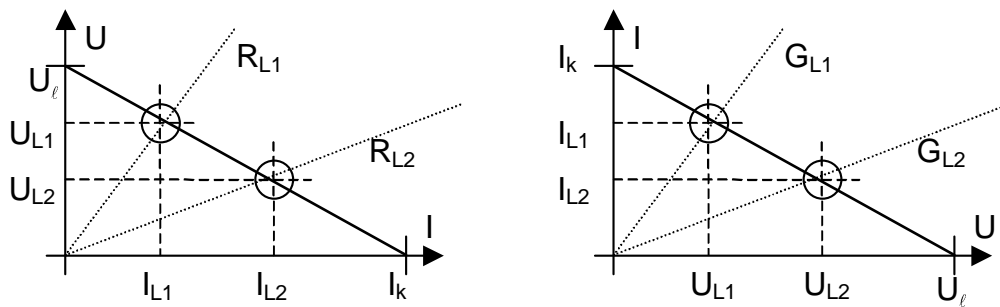


Fig. 2-44 Quellenkennlinien und Arbeitspunkt

Die Darstellung nach Fig. 2-40 beziehungsweise Fig. 2-44 nennen wir die **Quellenkennlinie**. Darin sind die Grössen U_ℓ , I_k , R_i , G_i die **Kenngrossen** der Quelle.

Die Quellenkennlinie aus der Messung von U_L und I_L mit einer Messanordnung nach Fig. 2-39.

Wird die reale Quelle nacheinander mit einem, zwei oder mehr verschiedenen Lastwiderständen belastet, ergeben sich ein, zwei oder mehr Arbeitspunkte, die auf der Quellenkennlinie liegen.

Die Quellenkennlinie lässt sich aus Messungen ermitteln:

- U_ℓ und den Daten eines Lastwiderstandes (U_L und R_L oder U_L und I_L oder I_L und R_L)
- den Daten aus zwei Lastfällen (mit je den vorherigen Kombinationen)

Sobald die Quellenkennlinie mit den Quellenkennwerten bekannt ist, lässt sich jeder Lastfall (beliebiges R_L) berechnen.

2.7.4 Leistung im Lastwiderstand

2.7.4.1 Leistungsberechnung und Anpassung

Wir betrachten die von einer realen Quelle an einen Lastwiderstand R_L abgegebene Leistung. Der Lastwiderstand sei variabel: $0 < R_L < \infty$.

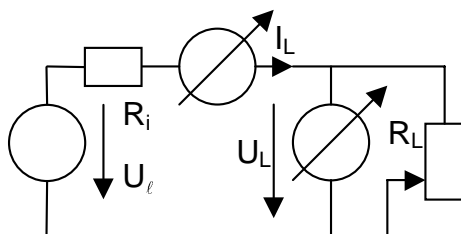


Fig. 2-45 Messung an realer Quelle

$$P_L = U_L \cdot I_L$$

$$P_L = I_L \cdot U_L = U_\ell \cdot \frac{1}{R_i + R_L} \cdot U_\ell \cdot \frac{R_L}{R_i + R_L} = U_\ell^2 \cdot \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2} \quad (2-26)$$

Mit der normierten Leistung $P_0 = U_\ell \cdot I_k$ kann geschrieben werden

$$\frac{P_L}{P_0} = \frac{\frac{R_L}{R_i}}{\left[1 + \frac{R_L}{R_i}\right]^2} \quad (2-27)$$

Mit $P_L / P_0 = y$ und $R_L / R_i = x$ wird

$$y(x) = \frac{x}{[1+x]^2} \quad (2-28)$$

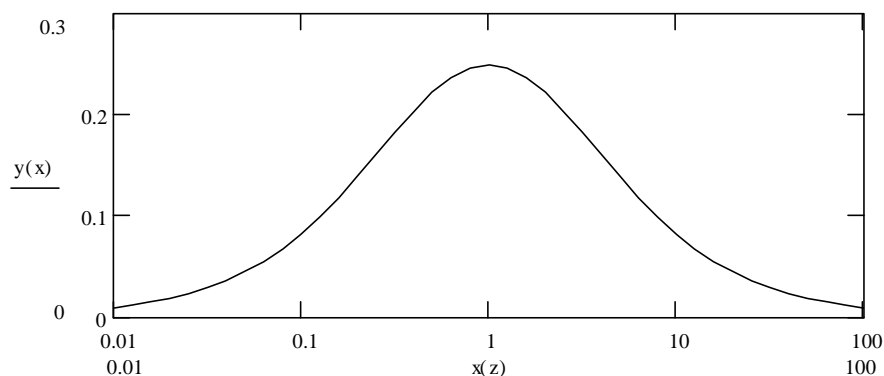


Fig. 2-46 Leistung im Lastwiderstand. (Mit [L 2-4])

Der Graph zeigt, dass das Maximum der Leistung bei $x = 1$ erreicht wird, das heisst für $R_L = R_i$. Das Maximum lässt sich auch analytisch herleiten.

Im Fall $R_L = R_i$ sprechen wir von **Leistungsanpassung** oder kurz von Anpassung. Es werden $U_L = U_\ell / 2$ und $I_L = I_k / 2$.

Es lassen sich drei Fälle unterscheiden:

- $R_L \gg R_i$: Spannungsspeisung. U_L ist von R_L nur wenig unabhängig. Beispiel: Energieverteilung.
- $R_L = R_i$: Leistungsanpassung. Der Quelle wird die höchstmögliche Leistung P_{Max} entnommen. Beispiel: Anwendungen in der Nachrichtentechnik.
- $R_L \ll R_i$: Stromspeisung. I_L ist von R_L nur wenig unabhängig. Beispiel: Laden einer Batterie.

$$P_{\text{Max}} = \frac{U_\ell \cdot I_k}{4} = \frac{U_\ell^2}{4 \cdot R_i} = \frac{I_k^2}{4} \cdot R_i \quad U_L = \frac{U_\ell}{2} \quad I_L = \frac{I_k}{2} \quad (2-29)$$

2.7.4.2 Leistungsverlust bei Fehlanpassung. Reflexionsfaktor r

Von einer Fehlanpassung wird gesprochen, wenn der Lastwiderstand vom Quellenwiderstand abweicht (wenn $R_L \neq R_i$).

Der Strom in der Last ist bei Fehlanpassung grösser oder kleiner als der Strom im Anpassungsfall mit $I_k / 2$.

Gegeben sei folgendes Erklärungsmodell:

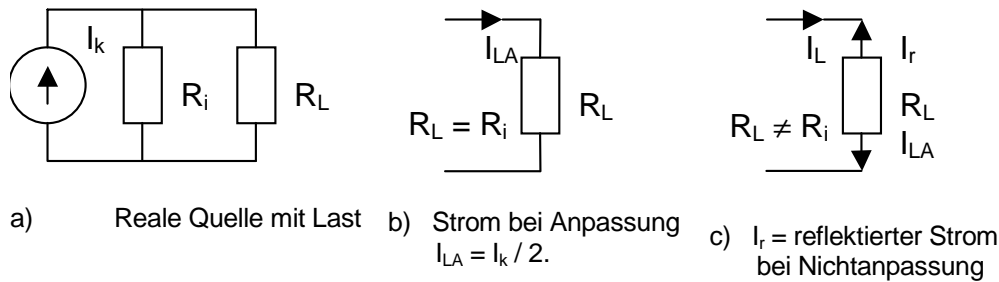


Fig. 2-47 Fehlanpassung. Erklärungsmodell

Wir denken uns den Strom I_L durch die Last R_L zusammengesetzt aus dem Strom I_{LA} bei Anpassung und einem Strom I_r , den wir reflektierten Strom (zurückgewiesenen Strom) nennen.

Der reflektierte Strom in unserem Denkmodell wird

$$I_r = I_{LA} - I_L = \frac{I_k}{2} - I_k \cdot \frac{R_i}{R_L + R_i} = \frac{I_k}{2} \cdot \frac{R_L - R_i}{R_L + R_i} = I_{LA} \cdot \frac{\frac{R_L}{R_i} - 1}{\frac{R_L}{R_i} + 1} \quad (2-30)$$

Daraus definieren wir den Reflexionsfaktor zu

$$r = \frac{I_r}{I_{LA}} = \frac{R_L - R_i}{R_L + R_i} = \frac{\frac{R_L}{R_i} - 1}{\frac{R_L}{R_i} + 1} \quad (2-31)$$

Für die reflektierte oder zurückgewiesene Leistung gilt

$$\left| \frac{P_{\text{Max}} - P_L}{P_{\text{Max}}} \right| = \left| \frac{\Delta P}{P_{\text{Max}}} \right| = r^2 \quad (2-32)$$

Aufgabe: Beweisen Sie diesen Sachverhalt.

Für den Reflexionsfaktor r lassen sich drei Fälle unterscheiden:

- $r < 0$ Fall der Unteranpassung mit $R_L < R_i$
- $r = 0$ Fall der Anpassung (Leistungsanpassung) mit $R_L = R_i$
- $r > 0$ Fall der Überanpassung mit $R_L > R_i$

2.7.4.3 Zusammenstellung

Mit $x = R_L / R_i$ lassen sich das Spannungsverhalten an der Last, das Stromverhalten durch die Last, das Leistungsverhalten in der Last und der Reflexionsfaktor normiert darstellen.

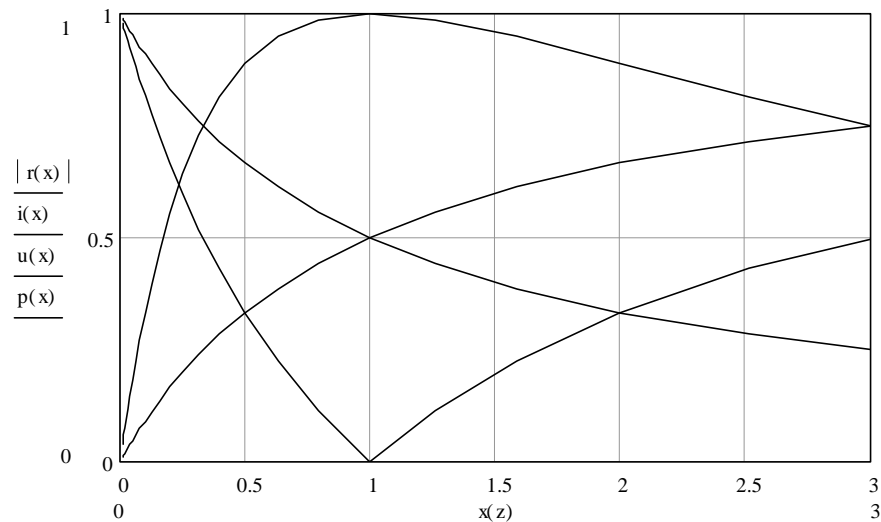


Fig. 2-48 Verhalten von U_L , I_L , P_L und r . Graph linear in R_L / R_i . (Mit [L 2-4])

Es sind mit $R_L / R_i = x$

$$u(x) = \frac{U_L}{U_\ell} = \frac{x}{1+x}, \quad i(x) = \frac{I_L}{I_k} = \frac{1}{1+x}, \quad p(x) = \frac{P_L}{P_{\text{Max}}} = \frac{4 \cdot x}{(1+x)^2}, \quad r(x) = \frac{x-1}{x+1} \quad (2-33)$$

Aufgabe: Leiten Sie diese Funktionen her.

In der Fig. 2-48 erfolgt die Darstellung linear in $R_L / R_i = x$, wobei der Reflexionsfaktor r in seinem Betrag $|r|$ eingetragen ist.

Die Fig. 2-49 zeigt eine logarithmische Darstellung in $R_L / R_i = x$.

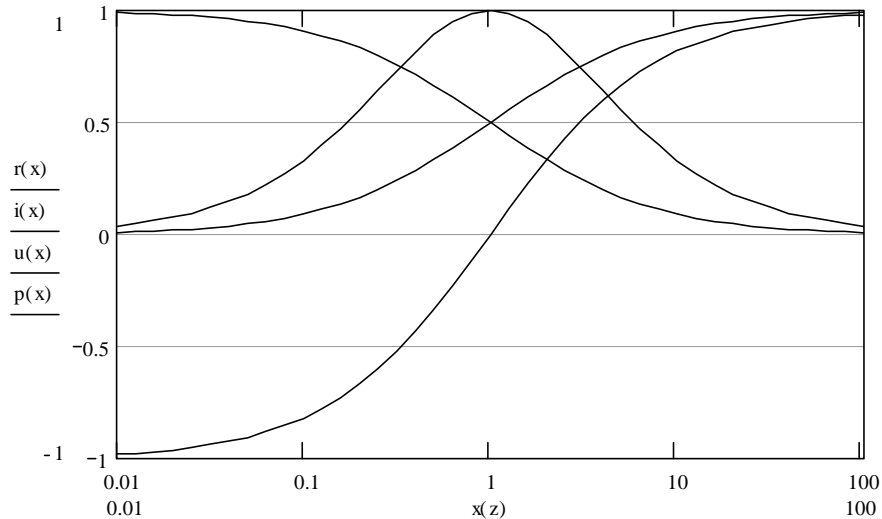
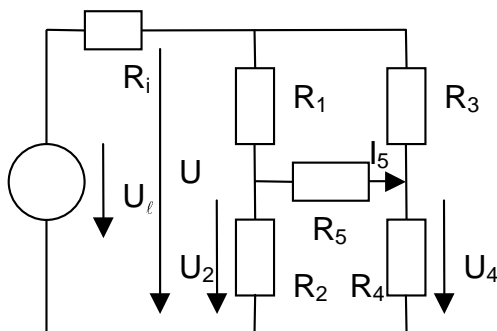


Fig. 2-49 Verhalten von U_L , I_L , P_L und r . Graph logarithmisch in R_L / R_i . (Mit [L 2-4])

2.8 Schaltungen. Das Dezibel - Mass

2.8.1 Die abgeglichene WHEATSTONE – Brücke

Die WHEATSTONE³⁰ – Brücke dient der Messung von Widerständen.



Die Brücke gilt als abgeglichen, wenn im Widerstand R_5 kein Strom fließt.

In diesem Fall gelten

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{und}$$

$$U_4 = U \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Fig. 2-50 WHEATSTONE - Brücke

Wenn in R_5 kein Strom fließt und damit die Brücke abgeglichen ist, müssen U_2 und U_4 gleich gross sein. $U_2 = U_4$ und damit

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3 \quad \text{beziehungsweise} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (2-34)$$

Die Brücke ist abgeglichen, wenn die Produkte diagonal gegenüberliegender Widerstände gleich gross sind.

³⁰ Sir Charles WHEATSTONE (1802 – 1875). Forschung über Optik und Elektrizität. Engl. Physiker.

Die Brückenschaltung wird verwendet, um Widerstände zu messen. Dazu wird R_5 mit einem Messinstrument ersetzt, das es ermöglicht, den Strom auf Null abzugleichen.

Wesentlich ist die Empfindlichkeit des Instrumentes und nicht dessen Genauigkeit. Es kommt nur darauf an, den stromlosen Zustand festzustellen.

Weitere Brückendarstellungen sind

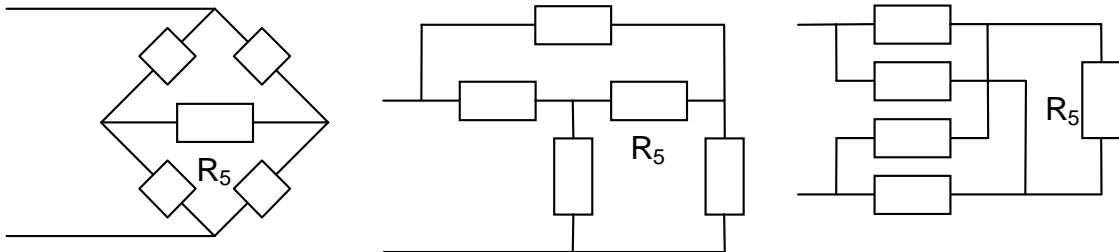


Fig. 2-51 Brückenschaltungen

2.8.2 Fehlerortmessung

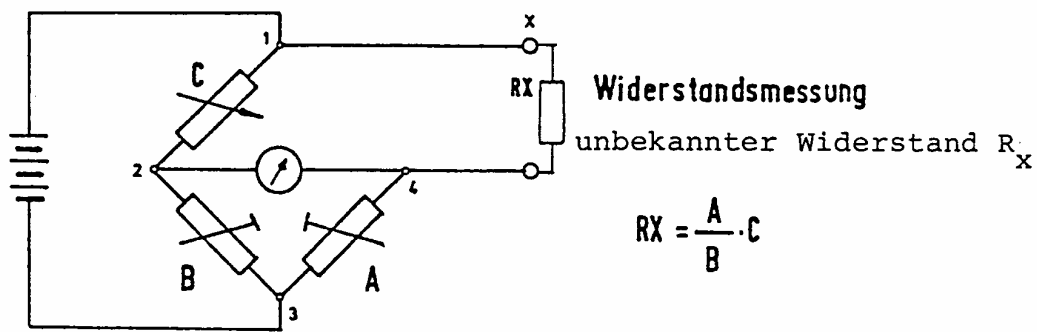


Fig. 2-52 Widerstandsmessung

2.8.2.1 Fehlerort nach Murray

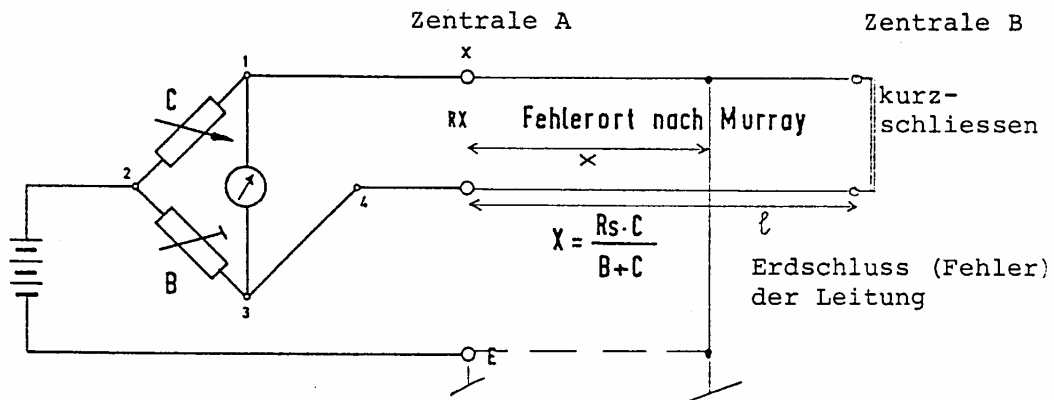


Fig. 2-53 Fehlerort nach Murray

Mit der Fehlerortmessung soll der Ort ermittelt werden, wo ein Kabel zwischen

zum Beispiel zwei Zentralen einen Erdschluss aufweist.
Voraussetzung ist, dass die Daten der intakten Kabel genau bekannt sind.

2.8.2.2 Fehlerort nach Varley

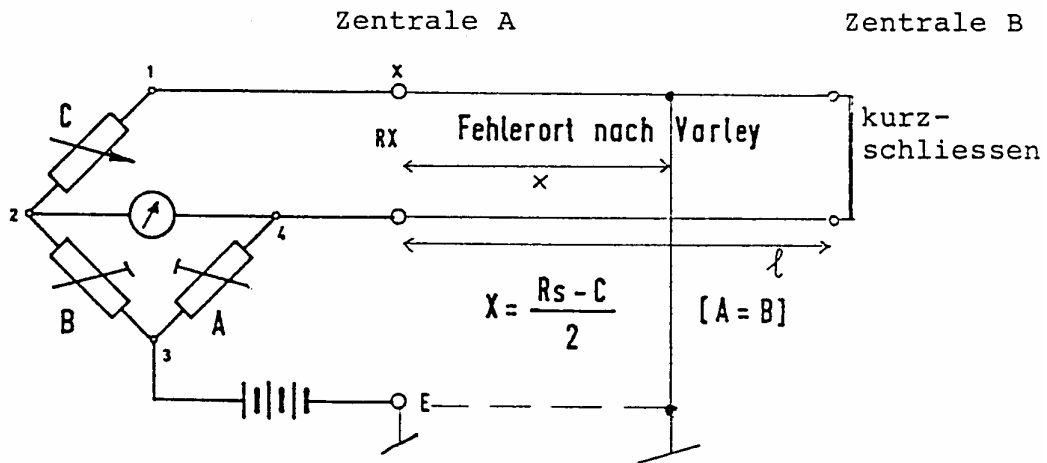


Fig. 2-54 Fehlerort nach Varley

Aufgabe: Was ist in 2.8.2.1 und 2.8.2.2 unter R_s zu verstehen? Beweisen Sie die in 2.8.2.1 und 2.8.2.2 gegebenen Formeln.

2.8.3 Dezibel und Neper

2.8.3.1 Relatives Mass

Neben den absoluten Werten wie kV oder mA und so weiter interessieren in der Elektrotechnik oft auch Verhältnisse von Grössen. Das Verhältnis von zwei Spannungen, zwei Strömen oder von zwei Leistungen.

Für die Darstellung von Verhältnissen eignet sich der lineare Massstab schlecht, wenn sich die Verhältnisgrösse über mehrere Dekaden erstreckt. Es wird zu einem logarithmischen Massstab, zum Dezibel (Decibel, dB) übergegangen.

Es gelten folgende Definitionen (Rechenvorschriften):³¹

- Spannungsverhältnis in Dezibel
$$\text{dB}_{\frac{U_1}{U_2}} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{U_1}{U_2} \right) \quad (2-35)$$

- Stromverhältnis in Dezibel
$$\text{dB}_{\frac{I_1}{I_2}} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \quad (2-36)$$

³¹ Früher wurde auch das Neper verwendet. Dabei gilt U_1/U_2 in $\text{Np} = \ln(U_1/U_2)$. Zwischen dem auf dem Brigg'schen Logarithmus (Basis 10) gründenden Dezibel und dem auf dem natürlichen Logarithmus basierenden Neper kann umgerechnet werden: $1 \text{ Np} \triangleq 8,686 \text{ dB}$ und $1 \text{ dB} \triangleq 0,115 \text{ Np}$.

- Leistungsverhältnis in Dezibel
$$\text{dB}_{\frac{P_1}{P_2}} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad (2-37)$$

Beispiele

Verhältnis	Spannungs- oder Stromverh. in dB	Leistungsverhältnis in dB
1	0	0
$\sqrt{2}$	3	1,5
2	6	3
3	9,54 \approx 10	4,77 \approx 5
10	20	10
20	26	13
$1/\sqrt{2}$	- 3	- 1,5
0.5	- 6	- 3
0,01	- 40	- 20

Tabelle 2-8 dB relativ

2.8.3.2 Absolutes Mass

Werden Größen auf einen bestimmten Wert bezogen, ergeben sich die absoluten dB – Masse.

Solche Bezugswerte sind beispielsweise $1 \mu\text{V}$, $2 \cdot 10^{-4} \mu\text{bar}$, 1 mW (an 600Ω , 75Ω , 60Ω , 50Ω)

Damit entsprechen $169,54 \text{ dB}\mu\text{V}$ einer Spannung von $U = 300 \text{ V}$ und 30 dBm einer Leistung von 1 W .

Sind dBm in $\text{dB}\mu\text{V}$ oder $\text{dB}\mu\text{V}$ in dBm umzurechnen, muss der zugehörige Widerstand bekannt sein:

Pegel	Systemwiderstand in Ω	entsprechen	entsprechen
0 dBm	600	774,6 mV	117,78 dB μV
	75	273,86 mV	108,75 dB μV
	50	223,61 mV	107 dB μV
30 dBm	600	24,495 V	147,78 dB μV
	75	8,66 V	138,75 dB μV
	50	7,071 V	137 dB μV
0 dB μV	600	1,667 fW	- 117,78 dBm
	75	13,333 fW	- 108,75 dBm
	50	20 fW	- 107 dBm
120 dB μV	600	1,667 mW	2,22 dBm
	75	13,333 mW	11,25 dBm
	50	20 mW	13 dBm

Tabelle 2-9 dB absolut

A dBm am Bezugswiderstand **R** entsprechen wieviel **B** dB μV ?

$$\mathbf{B \text{ in dB}\mu\text{V}} = \left\{ 90 + 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\mathbf{R}}{\Omega} \right) + \mathbf{A} \right\} \text{dB}\mu\text{V} \quad (2-38)$$

Beweisen Sie diese Umrechnungsformel.

2.9 Verzeichnisse

2.9.1 Literaturverzeichnis

L 2-1	Dabrowski G., Bauelemente der Elektronik, AT Verlag, Aarau/Schweiz, 1972.
L 2-2	Frohne Heinrich, Löcherer Karl-Heinz und Müller Hans, Grundlagen der Elektrotechnik, Verlag B.G. Teubner, Stuttgart – Leipzig, 1996, ISBN 3-519-46400-4.
L 2-3	Gren Joachim und Krause Joachim, Metzler Physik, Verlag Schroedel, Hannover, 1998, ISBN 3-507-10700-7.
L 2-4	MATHCAD® 2000. Mathematiksoftware, die sich für numerische Rechnungen und Laborauswertungen eignet.
L 2-5	Tabellenbuch Informations- und Telekommunikationstechnik, Verlag Dr. Max Gehlen, Bad Homburg vor der Höhe, 1998, ISBN 3-441-92102-x

2.9.2 Figurenverzeichnis

Fig. 2-1	Quelle - Verbraucher	3
Fig. 2-2	Einfacher Stromkreis	3
Fig. 2-3	Elektroskop (Aus [L 2-3] S.179).....	4
Fig. 2-4	Elektrisches Feld zwischen zwei metallischen Platten	5
Fig. 2-5	Elektrische Felder. (Aus [L 2-3] S.183).....	6
Fig. 2-6	Feld zweier Punktladungen. (Aus [L 2-3] S.185)	7
Fig. 2-7	Äquipotentialflächen	8
Fig. 2-8	Influenz. Ladungstrennung	9
Fig. 2-9	Dielektrikum zwischen Platten	10
Fig. 2-9	Plattenkondensator	11
Fig. 2-10	Energie im Kondensator	12
Fig. 2-11	elektrischer Stromkreis	13
Fig. 2-12	Ideale Spannungsquelle	14
Fig. 2-13	Ideale Stromquelle	14
Fig. 2-14	Idealer Leerlauf	14
Fig. 2-15	Idealer Kurzschluss	14
Fig. 2-16	Knotensatz	15
Fig. 2-17	Maschensatz.....	16
Fig. 2-18	Serieschaltung	16
Fig. 2-19	Parallelschaltung	17
Fig. 2-20	Parallelschaltung von zwei Widerständen	17
Fig. 2-21	Serie- und Parallelschaltung.....	18
Fig. 2-22	Graph zu Serie- und Parallelschaltung. (Mit [L 2-4])	18
Fig. 2-23	Leerlaufender Spannungsteiler.....	18
Fig. 2-24	Leerlaufender Spannungsteiler.....	19
Fig. 2-25	Belasteter Spannungsteiler.....	19
Fig. 2-26	Belasteter Spannungsteiler. (Mit [L 2-4])	19
Fig. 2-27	Fehler der Abweichung zum leerlaufenden Spannungsteiler. (Mit [L 2-4])	20
Fig. 2-28	Drahtwiderstand (unifilar und bifilar). (Aus [L 2-1], S.56)	20
Fig. 2-29	Widerstand mit Abgriff (Potentiometer). (Aus [L 2-1], S.57)	21
Fig. 2-30	Schichtwiderstand. (Aus [L 2-1], S.59)	21
Fig. 2-31	Schichtwiderstand gewandelt, gerillt. (Aus [L 2-1], S.60)	21
Fig. 2-32	Schichtwiderstand mit Abgriff (Trimmer). (Aus [L 2-1], S.65)	22
Fig. 2-33	Potentiometer und Trimmer. (Aus [L 2-5])	22
Fig. 2-34	SMD oder Chip Widerstand (Bild Philips).....	23
Fig. 2-35	Farbkennzeichnung	24
Fig. 2-36	Leistungshyperbel.....	25

Fig. 2-37	Reale Quelle	27
Fig. 2-38	Messung an realer Quelle.....	27
Fig. 2-39	Quellenkennlinien	28
Fig. 2-40	Quellenersatzschaltbilder	28
Fig. 2-41	Stromkreis mit realer Quelle 1	29
Fig. 2-42	Stromkreis mit realer Quelle 2	29
Fig. 2-43	Quellenkennlinien und Arbeitspunkt.....	30
Fig. 2-44	Messung an realer Quelle.....	30
Fig. 2-45	Leistung im Lastwiderstand. (Mit [L 2-4]).....	31
Fig. 2-46	Fehlanpassung. Erklärungsmodell	32
Fig. 2-47	Verhalten von U_L , I_L , P_L und r . Graph linear in R_L / R_i . (Mit [L 2-4])	33
Fig. 2-48	Verhalten von U_L , I_L , P_L und r . Graph logarithmisch in R_L / R_i . (Mit [L 2-4]).....	34
Fig. 2-49	WHEATSTONE - Brücke	34
Fig. 2-50	Brückenschaltungen	35
Fig. 2-51	Widerstandsmessung	35
Fig. 2-52	Fehlerort nach Murray	35
Fig. 2-53	Fehlerort nach Varley	36

2.9.3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 2-1	Permittivitätszahlen	11
Tabelle 2-2	Normreihe E - 12.....	23
Tabelle 2-3	Farbencode	24
Tabelle 2-4	Toleranzen	24
Tabelle 2-5	Temperaturkoeffizienten verschiedener Materialien.....	25
Tabelle 2-6	Temperaturkoeffizienten in der Norm	26
Tabelle 2-7	Grosse Zahlen.....	26
Tabelle 2-8	dB relativ	37
Tabelle 2-9	dB absolut	37

2.9.4 Stichwortverzeichnis

Anpassung.....	31	Fächenladungsdichte.....	8
Äquipotenzialflächen	7	Faradayscher Käfig.....	9
Bauelement.....	20	Farbencode.....	23
Brücke.....	35	Fehlanpassung	32
Brückenschaltung	35	Feld	
dB-Mass.....	36	elektrisches.....	5
Dezibel.....	36	Energie	11
absolut.....	37	Energiedichte.....	12
relativ	36	homogenes.....	6
Dezibelmass	36	radiales	7
Dielektrikum	5	Vektorfeld	5
Dielektrizitätskonstante.....	8	felderzeugende Ladung.....	8
des Vakuums.....	8	Feldkonstante	
relative.....	10	elektrische	8
Dielektrizitätszahl.....	10	Feldlinien.....	6
elektrische		Feldstärke	5
Feld.....	4	Feldlinien	6
Feldkonstante.....	8	gerichtete Grösse	6
Feldstärke.....	5	Kraft	6
Influenz.....	8	Vektor	6
Stromkreis	13	Figuren.....	38
Energiedichte.....	12	grosse Zahlen	26
Ersatzschaltbild.....	28	ideal	

Kurzschluss	14	relative Dielektrizitätskonstante	10
Leerlauf	14	Sachwortregister	40
Spannungsquelle.....	13	Serieschaltung	15
Stromquelle	13	Spannung	
Influenz	8	Anpassung.....	31
Innenleitwert	29	Leerlauf.....	29
Innenwiderstand	29	Spannung und Feldstärke.....	7
Kapazität.....	10	Spannungspfeil	13
Kirchhoff		Spannungsteiler	
Knotensatz	14	belasteter	19
Maschensatz	15	leerlaufender.....	18
Knotensatz.....	14	Stichworte	40
Kondensator	5	Strom	
Kurzschlussstrom	29	Anpassung.....	31
Ladung		Kurzschluss	29
Feld.....	5	Stromkreis.....	3, 13
Probe	5	Strompfeil.....	13
Quelle	5	Stromteiler	
Speicher	5	kurzgeschlossener.....	18
Trennung	5	Tabellen	39
Wirkung	4	Temperaturkoeffizient	25
Ladungsspeicher	5	Toleranz	
Last	3	ppb.....	26
Leerlaufspannung.....	29	ppm.....	26
Leistungsanpassung.....	31	Überanpassung.....	33
Literatur.....	38	Unteranpassung.....	33
Maschensatz.....	15	Verbraucher	3
Normreihe	23	Wheatstone-Brücke	34
Parallelschaltung	16	Widerstand	
Permittivität	10	Anpassung.....	31
Pfeil		Bauelement	20
Spannung	13	Bauformen	20
Strom	13	Belastbarkeit.....	24
Potentiometer	17	einstellbarer	17
ppb.....	26	Farbencode	23
ppm.....	26	innen	29
Probeladung	5	Kombinationen.....	17
Quelle		Normreihe	23
belastete	26	Parallelschaltung	16
Ersatzschaltbild	28	Potentiometer	17
Modell.....	28	Serieschaltung	15
reale.....	26	Temperatur	25
Quelle und Last.....	3	Toleranzen.....	24
Radialfeld.....	7	Zahlen	26
reale Quelle	26	Zählpfeil	13
Reflexionsfaktor	32		