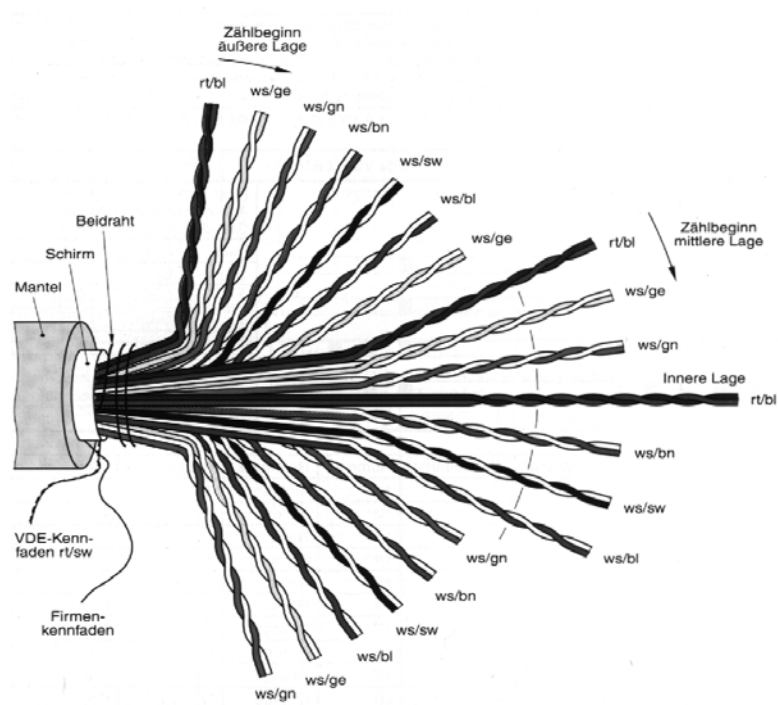


Übertragungstechnik

Leitungsgebundene Übertragung



2004
Kurt Steudler

(ULEI.DOC)

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung und Problemstellung	5
2	Theoretische Grundlagen der Leitung	7
2.1	Telegraphengleichung	7
2.2	Stationärer Fall mit sinusförmiger Anregung.....	9
2.3	Phasen- und Gruppengeschwindigkeit	12
3	Leitungskonstanten.....	15
3.1	Primäre Leitungskonstanten	15
3.1.1	Widerstandsbelag R'	15
3.1.2	Induktivitätsbelag L'	16
3.1.3	Kapazitätsbelag C'	19
3.1.4	Ableitungsbelag G'	20
3.2	Sekundäre Leitungskonstanten	21
3.2.1	Leitungstypen.....	21
3.2.2	Wellenimpedanz.....	21
3.2.3	Dämpfungsbelag und Phasenbelag.....	22
3.2.4	Phasen- und Gruppengeschwindigkeit	24
3.3	Leitungen der Planartechnik	25
4	Leitungsanpassung	27
4.1	Leitung mit Fehlanpassung.....	27
4.2	Reflexionsfaktor, Impedanztransformation und Rückflussdämpfung ...	28
4.3	Mehrfachreflexion	29
4.4	Eingangsimpedanz der Leitung	30
4.5	Stehende Welle	31
4.6	Transportierte Leistung.....	34
5	Berechnungsverfahren und Hilfsmittel.....	36
5.1	Smith Diagramm	36
5.1.1	Herleitung zur Smith-Chart	36
5.1.2	Einsatz der Smith-Chart.....	37
5.2	Zweitor-Parameter	38
5.2.1	A - Parameter	38
5.2.2	Leitungssimulation	39
5.3	Bergeron Diagramm	40
5.3.1	Geltungsbereich der Leitungstheorie	40
5.3.2	U - I - Diagramme.....	41
5.3.3	Arbeitspunkteinstellungen	41
5.3.4	Wellenausbreitung	41
5.3.5	Das Diagramm	43
5.3.6	Modellierung der Leitung.....	43
5.3.7	Smith – Chart für Übungen	45
5.3.8	Zu Bergeron für Übungen	46
6	Anhang	48

6.1	Technische Daten für Koaxialkabel (DG3AWL).....	48
6.2	Ergänzende Artikel	52
6.2.1	Impulsreflektometer.....	52
6.2.2	Vorgänge auf HF - Leitungen.....	54
6.2.3	Stehwellenmessung.....	57

Literaturverzeichnis und Software

- L 1-1 Beuth Klaus, Hanbuth Richard und Kurz Günter, Nachrichtentechnik, Vogel Buchverlag, Würzburg, 1996, 1. Auflage, ISBN 3-8023-1401-8. Einführender Überblick für technisch Interessierte.
- L 1-2 Fricke Hans, Lamberts Kurt, Patzelt Ernst, Grundlagen der elektrischen Nachrichtenübertragung, Teubner Stuttgart, 1979, ISBN 3-519-06416-2
- L 1-3 Frohne Heinrich, Löcherer Karl-Heinz und Müller Hans, Grundlagen der Elektrotechnik, Verlag B.G. Teubner, Stuttgart – Leipzig, 1996, ISBN 3-519-46400-4.
- L 1-4 Herter, Röcker: Nachrichtentechnik. München: Carl Hauser Verlag, Kurze Zusammenfassung der wichtigsten Elemente der Modulation.
- L 1-5 MATHCAD® 2000. Mathematiksoftware, die sich für numerische Rechnungen und Laborauswertungen eignet.
- L 1-6 Meinke H., Gundlach Friedrich Wilhelm, Taschenbuch der Hochfrequenztechnik, Studienausgabe in 3 Bänden, Springer Verlag Berlin – Heidelberg – New York, 1986, 4. Auflage, ISBN 3-540-15394-2.
- L 1-7 Scheithauer Rainer, Signale und Systeme, B.G. Teubner, Stuttgart – Leipzig, 1998, ISBN 3-519-06425-1
- L 1-8 Tabellenbuch Informations- und Telekommunikationstechnik, Verlag Dr. Max Gehlen, Bad Homburg vor der Höhe, 1998, ISBN 3-441-92102-x.
- L 1-9 Tietze Ulrich, Schenk Christoph, Halbleiter – Schaltungstechnik, Springer Verlag Berlin – Heidelberg – New York, 1974, 3. Auflage, ISBN 3-540-06667-5.
- L 1-10 Zinke Otto, Brunswig Heinrich, Lehrbuch der Hochfrequenztechnik, Springer Verlag Berlin – Heidelberg – New York, 1986, 3. Auflage, ISBN 3-540-15858-8.

Figurenverzeichnis

Fig. 1-1	Einfache Leitungsarten	5
Fig. 1-2	Elektrisches und magnetisches Feld der Zweidrahtleitung	5
Fig. 1-3	Elektrisches und magnetisches Feld des Koaxialkabels	6
Fig. 1-4	Elektrisches und magnetisches Feld der Zweidrahtleitung	6
Fig. 2-1	Kurzes Leitungsstück.....	7
Fig. 2-2	Leitung	10
Fig. 2-3	Verlauf von $u(x,t)$ (Realteil) für $t = 0$	12
Fig. 2-4	Verlauf von $u(x,t)$ (Realteil) für $t = t_1$	12
Fig. 2-5	Trägersignal und Hüllkurve bei zwei benachbarten Frequenzen ω_1 und ω_2	14
Fig. 3-1	Frequenzabhängigkeit des Widerstandsbelages R'	16
Fig. 3-2	Koaxialkabel.....	16
Fig. 3-3	Parallele Doppeldrahtleitung.....	18
Fig. 3-4	Verlustwinkel des Dielektrikums	20
Fig. 3-5	Kabeltyp und Freileitungstyp.....	21
Fig. 3-6	Betrag und Phase der Wellenimpedanz in Funktion von ω	22
Fig. 3-7	Dämpfungsverlauf und Phasenbelag als Funktion der Frequenz.....	24
Fig. 3-8	Mikrostrip.....	26
Fig. 3-9	Stripline	26
Fig. 3-10	Gekoppelte Mikrostrip	26
Fig. 4-1	Leitung mit Diskontinuität.....	27
Fig. 4-2	Leitung	28
Fig. 4-3	Mehrfachreflexionen	29
Fig. 4-4	Stehende Welle für $\alpha = 0$ und offenes Leitungsende	32
Fig. 4-5	Gegeneinander rotierende, ortsabhängige Spannungszeiger.....	32
Fig. 4-6	Spannung entlang der Leitung bei unterschiedlichem Reflexionsfaktor.....	33
Fig. 4-7	Stehende Welle für Spannung und Strom entlang der Leitung	33
Fig. 5-1	Beispiele für Abbildungen in der Smith-Chart	37
Fig. 5-2	SPICE-Modell der verlustlosen Leitung	39
Fig. 5-3	Einfache U - I - Kennlinie	41
Fig. 5-4	Quellenkennlinie mit Schalter	41
Fig. 5-5	Arbeitspunkteinstellung.....	41
Fig. 5-6	Konstruktion der hinlaufenden Welle	42
Fig. 5-7	Konstruktion der rücklaufenden Welle	42
Fig. 5-8	Konstruktion der rücklaufenden Welle	43
Fig. 5-9	Beispiel zum Bergeron Diagramm	43

1 Einführung und Problemstellung

Die leitungsgebundene Übertragungstechnik befasst sich mit der Übertragung von elektrischen Signalen über elektrische Leitungen. In einem ersten Teil werden die theoretischen Grundlagen erarbeitet und in einem zweiten Teil verschiedene Verfahren zur Berechnung der Leitungseigenschaften behandelt.

Es wird dabei ein Schwergewicht auf einfache Leitungen wie Koaxialleitung und parallele Doppeldrahtleitung gelegt. Im Interesse auf eine breite Anwendungsmöglichkeit der Theorie - auch auf nicht hochfrequente Anwendungen - werden Hinweise auf andere Verfahren und Methoden gegeben.

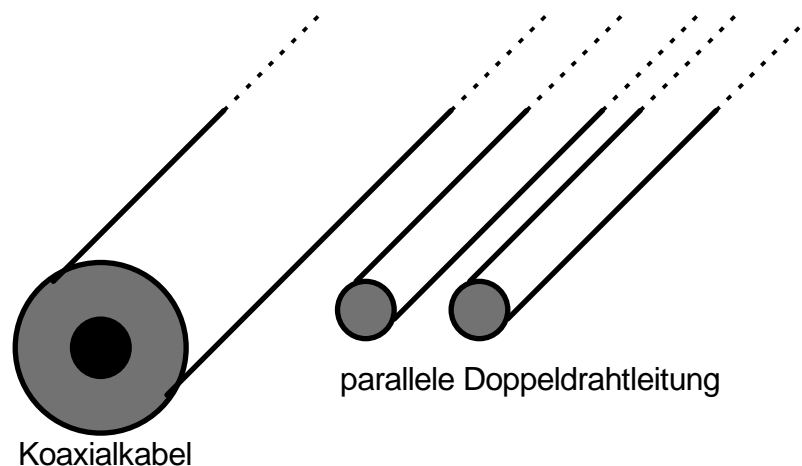


Fig. 1-1 Einfache Leitungsarten

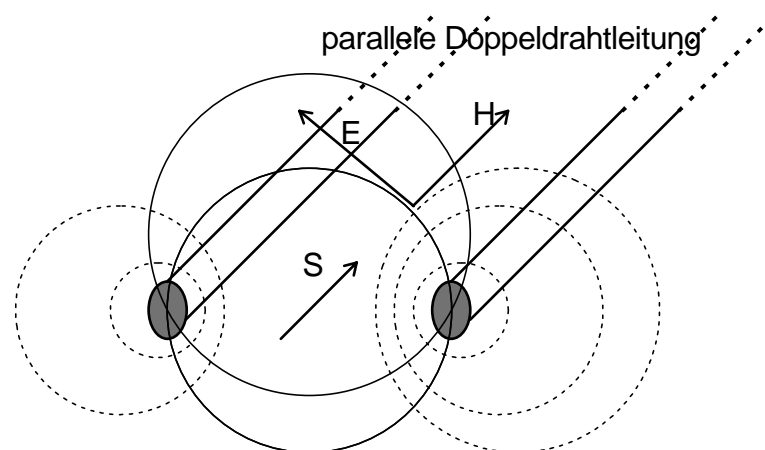


Fig. 1-2 Elektrisches und magnetisches Feld der Zweidrahtleitung

Die nachfolgende Theorie basiert auf der Annahme, dass es sich auf den Leitungen um transversale elektromagnetische Wellen (TEM - Wellen) handelt.¹ Dies kann in der Praxis oftmals vorausgesetzt werden, ohne sich grosse Fehler einzuhandeln.

¹ Bei diesen TEM - Wellen stehen die Vektoren \mathbf{E} und \mathbf{H} senkrecht zueinander und liegen in einer Ebene, die normal zur Ausbreitungsrichtung steht. Die TEM - Wellen haben keine Feldkomponenten in der Fortpflanzungsrichtung. Der Vektor $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ wird Poynting Vektor genannt.

Auf weitere Spezialfälle wie zum Beispiel Hohlleitungen² und so weiter kann im Rahmen dieser Grundlagenvorlesung nicht eingegangen werden.

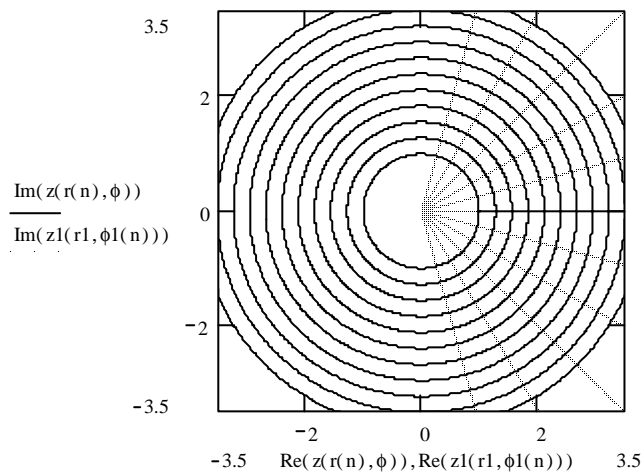


Fig. 1-3 Elektrisches und magnetisches Feld des Koaxialkabels

Das Feld eines Koaxialkabels lässt sich über eine konforme Abbildung in das Feld einer Zweidrahtleitung überführen.

Das Feld des Koaxialkabels befindet sich in der z -Ebene. Für das Feld in der Zweidrahtleitung in der w -Ebene wird:³

$$w = p \cdot \tanh(\ln z) = \frac{\sqrt{a^2 - D^2}}{2} \cdot \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1} \quad 1-1$$

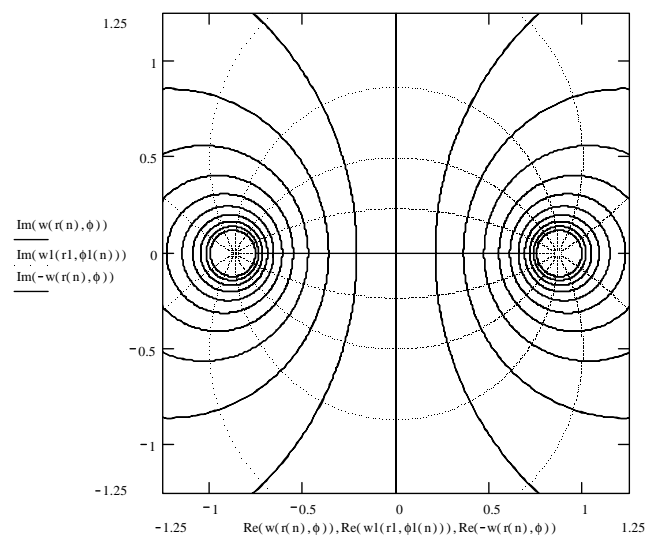


Fig. 1-4 Elektrisches und magnetisches Feld der Zweidrahtleitung

² Bei Frequenzen, deren Wellenlänge klein ist gegenüber den Leitungsabmessungen, liegen andere Wellentypen und nicht mehr TEM - Wellen vor

³ Vgl. Kapitel 3

2 Theoretische Grundlagen der Leitung

Für die folgenden Berechnungen wird angenommen, dass die Leitung längs ihrer Ausdehnung homogen ist (zumindest für Teilstücke, die wesentlich kürzer sind, als die verwendete Wellenlänge).

Von homogenen Leitungen sprechen wir, wenn die gleichbleibenden Abmessungen und das einheitliche Dielektrikum der Leitungen normal zur Ausbreitungsrichtung stehen. Zudem weist eine homogene Leitung auf ihrer ganzen Länge konstanten Leiterquerschnitt, gleiches Leitermaterial, konstanten Leiterabstand und eine gleichförmige Isolation auf.

2.1 Telegraphengleichung

Für die theoretische Betrachtung denkt man sich die Leitung in kleine identische Stücke aufgeteilt, bestehend aus Längs- und Querelementen.

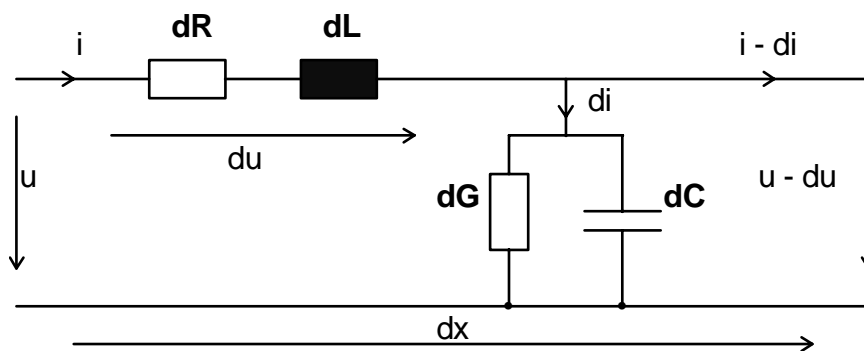


Fig. 2-1 Kurzes Leitungsstück

die differentiellen Elemente können ausgedrückt werden durch:

$$\begin{aligned} dR/dx &= R' \quad [\Omega/m] && \text{Widerstandsbelag} \\ dL/dx &= L' \quad [H/m] && \text{Induktivitätsbelag} \\ dC/dx &= C' \quad [F/m] && \text{Kapazitätsbelag} \\ dG/dx &= G' \quad [S/m] && \text{Ableitungsbelag} \end{aligned}$$

$$R' \quad \text{Widerstandsbelag} = \frac{\text{Widerstand von Hin- und Rückleitung}}{\text{Leitungslänge}}$$

$$L' \quad \text{Induktivitätsbelag} = \frac{\text{Induktivität der L'schleife bei Kurzschluss am Ende}}{\text{Leitungslänge}}$$

$$C' \quad \text{Kapazitätsbelag} = \frac{\text{Kapazität zwischen beiden Leitern bei Leerlauf}}{\text{Leitungslänge}}$$

$$G' \quad \text{Ableitungsbelag} = \frac{\text{Ableitung (Leitwert) zwischen beiden Leitern}}{\text{Leitungslänge}}$$

Es wird angenommen, dass diese Beläge zeitlich und örtlich konstant sind. Ein Leitungsstück der Länge dx weist dann z.B. einen Serienwiderstand von $dR = R'dx$ auf.

An den Längselementen erzeugt der Strom i den Spannungsabfall

$$du = dR i + dL \frac{di}{dt} = R'dx i + L'dx \frac{di}{dt} \quad 2-1$$

und in den Querelementen fließt der Strom

$$di = dG(u - du) + dC \frac{d(u - du)}{dt} = G'dx u + C'dx \frac{du}{dt} \quad 2-2$$

Bemerkung: genauer müsste in (2-2) rechts an der Stelle von u die Grösse $u - du$ stehen; für genügend kleine dx darf aber du vernachlässigt werden ($dx \cdot du$ ist ein Beitrag zweiter Ordnung).

Die Spannung u und der Strom i sind im allgemeinen Funktionen der Zeit t und des Ortes x , also $u(x,t)$ und $i(x,t)$. Deshalb treten an Stelle der gewöhnlichen Differentialquotienten die partiellen Ableitungen.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= R'i + L' \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= G'u + C' \frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned} \quad 2-3$$

Diese zwei Gleichungen stellen ein gekoppeltes System von zwei partiellen Differentialgleichungen dar. Sie können auf eine Gleichung reduziert werden, wenn z.B. die erste Gleichung nach x differenziert wird

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R' \frac{\partial i}{\partial x} + L' \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} \quad 2-4$$

und anschliessend der erste Term rechts durch die zweite Gleichung aus (2-3) und der zweite Term durch die Ableitung der zweiten Gleichung nach der Zeit ersetzt werden.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R' \left(G'u + C' \frac{\partial u}{\partial t} \right) + L' \left(G' \frac{\partial u}{\partial t} + C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \quad 2-5$$

Durch zusammenfassen der Terme erhält man die sogenannte **Telegraphengleichung**.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L'C' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (R'C' + L'G') \frac{\partial u}{\partial t} + R'G' u \quad 2-6$$

Auf analoge Weise lässt sich aus (2) auch eine Gleichung für den Strom herleiten, sie heisst:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L'C' \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (R'C' + L'G') \frac{\partial i}{\partial t} + R'G' i \quad 2-7$$

Die Telegraphengleichung kann in ihrer allgemeinsten Form nicht geschlossen gelöst werden. Es existieren aber Lösungen für verschiedene wichtige Spezialfälle, weil unter bestimmten Randbedingungen die Telegraphengleichung vereinfacht werden kann (verlustloser Fall, stationärer Fall, Einschwingvorgang mit spezieller Anregung usw.).

2.2 Stationärer Fall mit sinusförmiger Anregung

Mit dem Produktansatz $u(x,t) = U(x) \cdot u(t) = U(x) \cdot e^{j\omega t}$ eingesetzt in (2-6) findet man

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} e^{j\omega t} = L'C'(-\omega^2)U(x)e^{j\omega t} + (L'G' + R'C')j\omega U(x)e^{j\omega t} + R'G'U(x)e^{j\omega t} \quad 2-8$$

Da $e^{j\omega t} \neq 0$ ist (für alle t) darf durch diese Grösse dividiert werden

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} = U(x) \cdot (R' + j\omega L') \cdot (G' + j\omega C') \quad 2-9$$

Diese gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung hat als Lösungen die Exponentialfunktionen

$$U_h e^{-\gamma x}, U_r e^{\gamma x} \quad 2-10$$

deren Superposition die allgemeine Lösung darstellt

$$U(x) = U_h e^{-\gamma x} + U_r e^{\gamma x} = U_h(x) + U_r(x) \quad 2-11$$

Durch Einsetzen des Ansatzes in (2-9) und Koeffizientenvergleich kann die Konstante bestimmt werden

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= (R' + j\omega L')(G' + j\omega C') = (j\omega)^2 \cdot L'C' \left(1 - j\frac{R'}{\omega L'}\right) \left(1 - j\frac{G'}{\omega C'}\right) \\ \gamma &= \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \end{aligned} \quad 2-12$$

Die komplexe Grösse γ heisst **Übertragungsbelag**⁴ mit den Komponenten

$$\alpha \quad \text{Dämpfungsmass} \quad \mathbf{\text{Dämpfungsbelag}} \quad (\text{altes Mass: [Neper/m]})$$

⁴ Der Übertragungsbelag wird auch Übertragungsmass, Fortpflanzungskonstante oder Ausbreitungskonstante genannt.

β Phasenmass **Phasenbelag** [rad/m]

Der Ansatz $u(x,t) = U(x) e^{j\omega t}$ für die Spannung führt auch auf eine harmonische Stromfunktion $I(x) e^{j\omega t}$. Die Ortsfunktion $I(x)$ kann durch einsetzen von (2-11) und $I(x)e^{j\omega t}$ in die erste Gleichung von (2-3) bestimmt werden.

$$(-\gamma U_h e^{-\gamma x} + \gamma U_r e^{\gamma x}) e^{j\omega t} = -R' I(x) e^{j\omega t} - L' j\omega I(x) e^{j\omega t}$$

$$I(x) = \frac{\gamma}{R' + j\omega L'} (U_h e^{-\gamma x} - U_r e^{\gamma x}) \quad 2-13$$

$$I(x) = \sqrt{\frac{G' + j\omega C'}{R' + j\omega L'}} (U_h e^{-\gamma x} - U_r e^{\gamma x})$$

Wir definieren die Konstante Z_0 als **Wellenimpedanz**⁵ der Leitung. Die Wellenimpedanz Z_0 ist eine der Leitung zugeordnete, feste Grösse.

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \cdot \sqrt{\frac{1 - j \frac{R'}{\omega L'}}{1 - j \frac{G'}{\omega C'}}} \quad 2-14$$

Für $I(x)$ findet man somit:

$$I(x) = \frac{1}{Z_0} (U_h e^{-\gamma x} - U_r e^{\gamma x}) = I_h(x) - I_r(x) \quad 2-15$$

Die vier Konstanten U_h , U_r , I_h und I_r sind durch die Randbedingungen, d.h. im vorliegenden Fall durch die Spannungen und Ströme am Leitungsanfang ($x = 0$) und am Leitungsende ($x = \ell$) bestimmt.

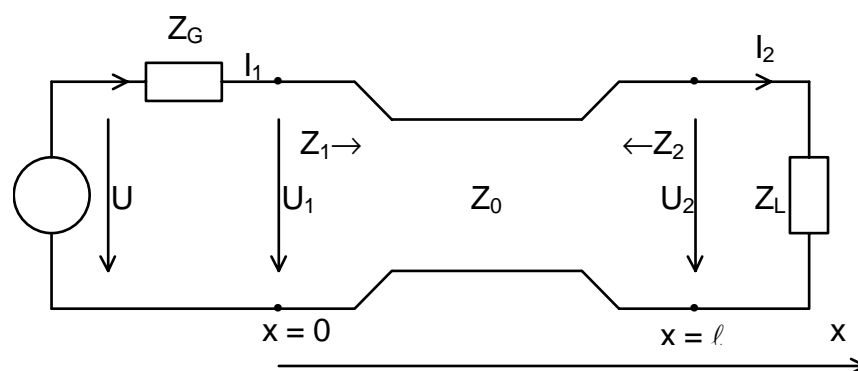


Fig. 2-2 Leitung

Für $x = 0$ gelten (vorläufig ohne Berücksichtigung der Abschlüsse) zwei Gleichungen mit den zwei Unbekannten U_h und U_r :

⁵ Die Wellenimpedanz wird auch Wellenwiderstand, Leitungswellenwiderstand oder Leitungsimpedanz genannt.

$$\begin{aligned}
 U_{(x=0)} &= U_h + U_r = U_1 \\
 I_{(x=0)} &= \frac{1}{Z_0}(U_h - U_r) = I_1 \\
 \Rightarrow U_h &= \frac{1}{2}(U_1 + Z_0 I_1) \\
 \Rightarrow U_r &= \frac{1}{2}(U_1 - Z_0 I_1)
 \end{aligned}
 \tag{2-16}$$

Damit werden:

$$\begin{aligned}
 U(x) &= \frac{1}{2}(U_1 + Z_0 I_1)e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}(U_1 - Z_0 I_1)e^{\gamma x} \\
 I(x) &= \frac{1}{2}\left(\frac{U_1}{Z_0} + I_1\right)e^{-\gamma x} - \frac{1}{2}\left(\frac{U_1}{Z_0} - I_1\right)e^{\gamma x}
 \end{aligned}
 \tag{2-17}$$

und durch Zusammenfassung je der Terme mit U_1 und I_1 ergeben sich, unter Anwendung von

$$\sinh(y) = \frac{e^y - e^{-y}}{2} \quad \text{und} \quad \cosh(y) = \frac{e^y + e^{-y}}{2}
 \tag{2-18}$$

die Spannungs- und Stromfunktion, ausgedrückt durch die Werte am Eingang:

$$\begin{aligned}
 U(x) &= U_1 \cosh(\gamma x) - Z_0 I_1 \sinh(\gamma x) \\
 I(x) &= -\frac{U_1}{Z_0} \sinh(\gamma x) + I_1 \cosh(\gamma x)
 \end{aligned}
 \tag{2-19}$$

Das analoge Resultat, gegeben durch die Werte am Ausgang der Leitung, lautet:

$$\begin{aligned}
 U(x) &= U_2 \cosh(\gamma(\ell - x)) + Z_0 I_2 \sinh(\gamma(\ell - x)) \\
 I(x) &= \frac{U_2}{Z_0} \sinh(\gamma(\ell - x)) + I_2 \cosh(\gamma(\ell - x))
 \end{aligned}
 \tag{2-20}$$

Stimmen Z_1 und Z_2 mit der Wellenimpedanz Z_0 überein (Impedanzanpassung), so gilt für den Leitungsanfang $x=0$:

$$U_1 = Z_0 \cdot I_1 \Rightarrow U_h = U_1 \quad \text{und} \quad U_r = 0$$

Am Leitungsende ($x = \ell$) wird entsprechend

$$U_2 = Z_0 \cdot I_2 \Rightarrow U_h = U_2 \quad \text{und} \quad U_r = 0$$

Im Falle der angepassten Leitung ($Z_G = Z_L = \text{Wellenimpedanz } Z_0$) existiert auf der am Eingang gespeisten Leitung nur eine hinlaufende Welle U_h . Im allgemeinen Fall, wenn Z_G und Z_L ungleich der Wellenimpedanz Z_0 sind, entstehen rücklaufende Wellen $U_r \neq 0$. Am Anfang und am Ende der Leitung reflektieren Wellen, die hin und her laufen. Die Randbedingungen, sowie Z_1 und Z_2 sind durch die Leitungsabschlüsse bestimmt.⁶

⁶ Vgl. Kapitel 4

2.3 Phasen- und Gruppengeschwindigkeit

Für die Herleitung der Ausbreitungsgeschwindigkeit mit sinusförmiger Anregung sei⁷

$$u(x,t) = U_h(x) e^{j\omega t} \quad 2-21$$

Mit einer der Lösungen aus (2-10) ergibt sich ein gedämpfter Verlauf entlang der Leitung

$$e^{-\gamma x} = e^{-(\alpha+j\beta)x} \quad 2-22$$

der mit (2-21) kombiniert wird zu $u(x,t)$ als Funktion des Ortes x und der Zeit t :

$$\begin{aligned} u(x,t) &= U_h e^{j\omega t} e^{-(\alpha+j\beta)x} \\ &= U_h e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} \end{aligned} \quad 2-23$$

Dies ergibt den Verlauf für den Zeitpunkt $t = 0$ für $u(x)$:

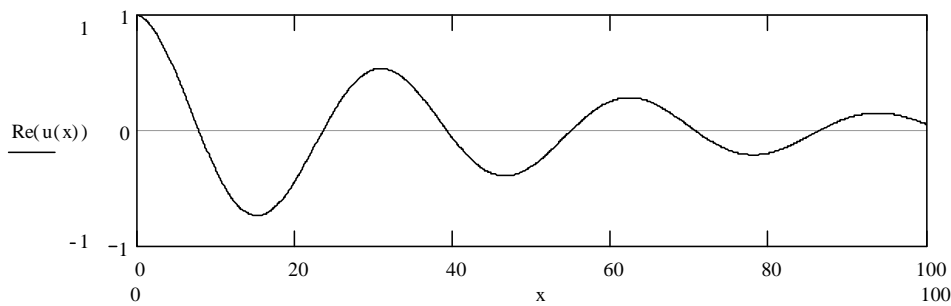


Fig. 2-3 Verlauf von $u(x,t)$ (Realteil) für $t = 0$

Ein erster Nulldurchgang $u(x) = 0$ für den betrachteten Realteil $U_h e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x)$ zur Zeit $t = 0$ ist nur möglich, wenn für x_0 gilt

$$\begin{aligned} \omega \cdot 0 - \beta x_0 &= \frac{\pi}{2} \\ x_0 &= -\frac{\pi}{2\beta} \end{aligned} \quad 2-24$$

Für den Zeitpunkt $t = t_1$ gilt für $u(x)$:⁸

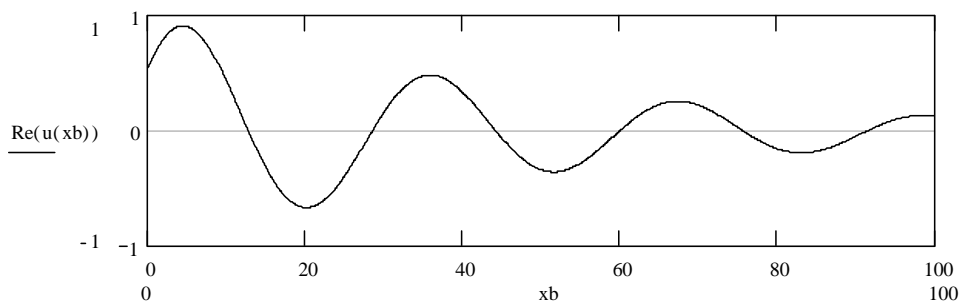


Fig. 2-4 Verlauf von $u(x,t)$ (Realteil) für $t = t_1$

⁷ $Z_G = Z_0 = Z_L$.

⁸ Vorstellung: Legen Sie vor sich ein 30 Meter langes Seil aus. Schwenken Sie das Seil am einen Ende (bei $x = 0$) auf und ab. Betrachten Sie das entstehende Bild von der Seite zu verschiedenen Zeitpunkten.

Für den späteren Zeitpunkt t_1 gilt demnach für den ersten Nulldurchgang, der nach x_1 gewandert ist:

$$\begin{aligned}\omega t_1 - \beta x_1 &= \frac{\pi}{2} \\ x_1 &= \frac{1}{\beta} (\omega t_1 - \frac{\pi}{2}) \\ x_1 - x_0 &= \frac{\omega t_1}{\beta}\end{aligned}\tag{2-25}$$

und somit wird die gesuchte **Ausbreitungsgeschwindigkeit** v_p für ein sinusförmiges Signal (die sogenannte **Phasengeschwindigkeit** = Geschwindigkeit der Phase):

$$v_p = \frac{x_1 - x_0}{t_1} = \frac{\omega}{\beta} = \lambda \cdot f\tag{2-26}$$

Mit der Länge einer gegebenen Leitung lässt sich somit eine Phasenlaufzeit definieren:

$$t_p = \frac{l}{v_p} = \frac{l \cdot \beta}{\omega} = \frac{l}{\lambda \cdot f}\tag{2-27}$$

Die **Gruppengeschwindigkeit** v_g gibt an, mit welcher Geschwindigkeit sich ein Wellenpaket auf der Leitung fortpflanzt. Das Wellenpaket sei durch die Überlagerung zweier Schwingungen gegeben. Von Interesse ist die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Umhüllende fortpflanzt.

Ausgehend von den beiden anregenden Signalen:

$$\begin{aligned}u_1(x, t) &= U \sin(\omega_1 t - \beta_1 x) \\ u_2(x, t) &= U \sin(\omega_2 t - \beta_2 x)\end{aligned}\tag{2-28}$$

ergibt die Überlagerung:

$$u_1 + u_2 = 2U \cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t - (\beta_1 - \beta_2)x}{2} \sin \frac{(\omega_1 + \omega_2)t - (\beta_1 + \beta_2)x}{2}\tag{2-29}$$

Unter den Annahmen:

$$\begin{aligned}\Delta\omega &= |\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_1 \\ \Delta\beta &= |\beta_1 - \beta_2| \ll \beta_1\end{aligned}\tag{2-30}$$

beschreibt (2-29) einen Träger der Frequenz $(\omega_1 + \omega_2)/2$, welcher eine, durch die Hüllkurve

$$\cos \frac{(\omega_1 - \omega_2)t - (\beta_1 - \beta_2)x}{2}\tag{2-31}$$

gegebene Amplitude aufweist.

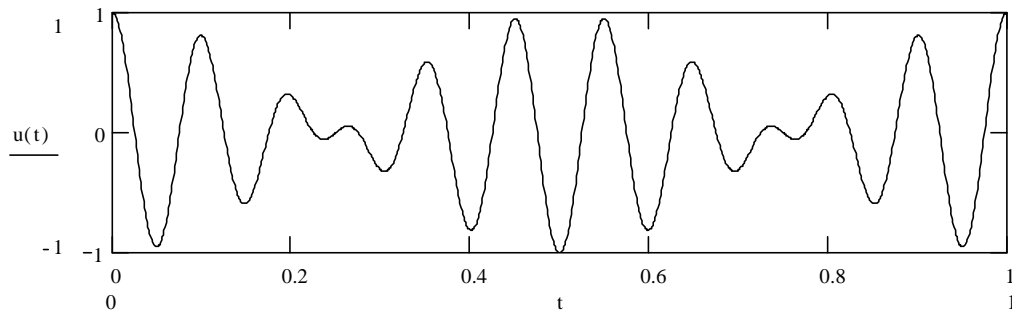


Fig. 2-5 Trägersignal und Hüllkurve bei zwei benachbarten Frequenzen ω_1 und ω_2

Das Trägersignal und die Hüllkurve breiten sich mit der Geschwindigkeit

$$v_{\text{Träger}} = v_T = \frac{\omega_1 + \omega_2}{\beta_1 + \beta_2} \approx \frac{2 \cdot \omega_1}{2 \cdot \beta_1} \quad \text{und} \quad v_{\text{Hüll}} = v_H = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\beta_1 - \beta_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta} \quad 2-32$$

aus. Der Grenzübergang $\Delta\omega \rightarrow 0$ führt auf⁹

$$v_T \rightarrow v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad 2-33$$

$$v_H \rightarrow v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = 2\pi \frac{df}{d\beta}$$

Die **Gruppengeschwindigkeit** v_g gibt an, mit welcher Geschwindigkeit sich eine Wellengruppe (von benachbarten Frequenzen) fortpflanzt.

Davon wird die **Gruppenlaufzeit** t_g abgeleitet

$$t_g = \frac{\ell}{v_g} = \ell \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{\ell}{2\pi} \cdot \frac{d\beta}{df} \quad 2-34$$

Sie gibt die Zeit an, die ein Wellenpaket zum Durchlaufen der Distanz ℓ benötigt.

Weisen alle Komponenten eines Wellenpaketes dieselbe Laufzeit auf, so treffen sie gleichzeitig an der Empfangsstelle ein und ihre Hüllkurve (Form) bleibt unverändert oder unverzerrt. Andernfalls treten **Laufzeitverzerrungen** auf und man bezeichnet das Medium (das Kabel) als **dispersiv**.

⁹ Es ist dann $\omega_1 \approx \omega_2$ entsprechend ω .

3 Leitungskonstanten

3.1 Primäre Leitungskonstanten

Die **Leitungskonstanten (-beläge)** R' , L' , C' und G' werden als primäre Leitungskonstanten bezeichnet, weil sie sich direkt aus den Abmessungen und den Materialeigenschaften der Leitung bestimmen lassen.

Die genaue Berechnung der Leitungsbeläge erfordert die Lösung der MAXWELLSchen Gleichungen unter Berücksichtigung der Randbedingungen des jeweiligen Leitungsquerschnittes. Wir wollen dies für einfache Koaxial- und parallele Doppeldrahtleitungen nachvollziehen.

3.1.1 Widerstandsbelag R'

Für tiefe Frequenzen kann der Gleichstromwiderstand eines Leiters berechnet werden:

$$R'_{DC} = \frac{\rho}{A} = \frac{\rho}{d^2 \pi} \quad 3-1$$

Bei hohen Frequenzen muss die Stromverdrängung berücksichtigt werden. Sie vergrössert R' , da im inneren des Leiters die Stromdichte abnimmt.¹⁰

Für eine Annäherung rechnet man mit der äquivalenten Eindringtiefe des Stromes (**Skineffekt**) und rechnet den Widerstandsbelag für ein Rohr mit der Eindringtiefe als Wandstärke.

Mit der Eindringtiefe¹¹ δ aus

$$J(x) = J \cdot e^{-\sqrt{\frac{j\omega\mu}{\rho}} \cdot x} \quad \text{und} \quad J(\delta) = J \cdot e^{-1} = |J(x = \delta)| \quad \text{wird} \quad 3-2$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu \cdot f}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho}{\mu \cdot \omega}}$$

$$\text{worin} \quad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad \text{mit} \quad 3-3$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

wird somit der Widerstandsbelag für einen kreisrunden Leiter:

¹⁰ Fliesst ein Wechselstrom durch eine Leiter, so ist der gesamte Raum innerhalb und ausserhalb des Leiters mit einem magnetischen Wechselfeld erfüllt, das Spannungen im Leiter induziert. Die so hervorgerufenen Ströme (Wirbelstrom) überlagern sich den ursprünglichen Strömen so, dass die Stromdichte im Leiter an dessen Oberfläche am grössten wird (Stromverdrängung). Die Stromdichte $J(x)$ ist eine komplexe Grösse.

¹¹ Die Eindringtiefe heisst auch Eindringmass oder korrekt „äquivalente Leitschichtdicke“.

$$R'_{AC} = \frac{\rho}{A} \cong \frac{\rho}{\pi \cdot d \cdot \delta} = \frac{\rho}{\pi \cdot d \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu \cdot f}}} = \frac{1}{d} \sqrt{\frac{\rho \cdot \mu \cdot f}{\pi}} \quad 3-4$$

Bei hohen Frequenzen ist der Widerstandsbelag proportional zu der Wurzel aus der Frequenz. Für kleinere Frequenzen geht der Wert des Widerstandsbelages in den Gleichstromwert über.

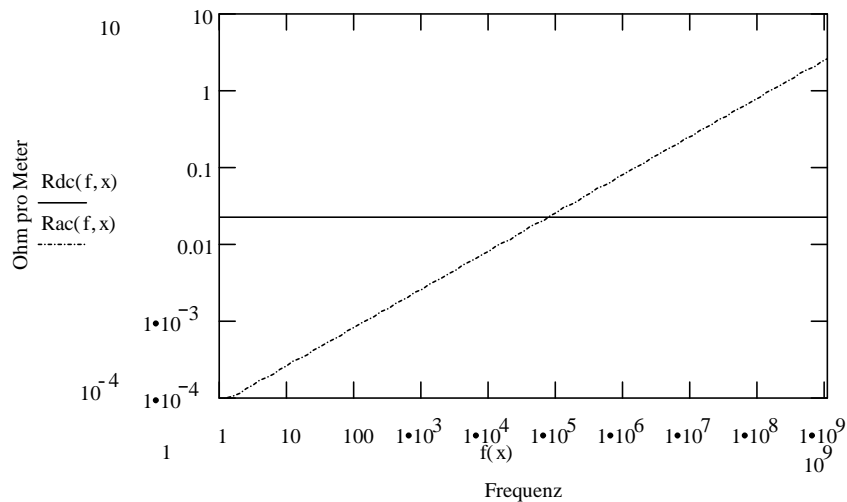


Fig. 3-1 Frequenzabhängigkeit des Widerstandsbelages R'

Koaxialkabel

$$\begin{aligned} R'_{DCa} &= \frac{\rho}{A_a} = \frac{\rho}{d \cdot D_a \pi} \\ R'_{DCi} &= \frac{\rho}{A_i} = \frac{\rho 4}{\pi D_i^2} \\ R'_{ACa} &\approx \frac{1}{D_a} \sqrt{\frac{\rho \mu f}{\pi}} \\ R'_{ACi} &\approx \frac{1}{D_i} \sqrt{\frac{\rho \mu f}{\pi}} \end{aligned} \quad 3-5$$

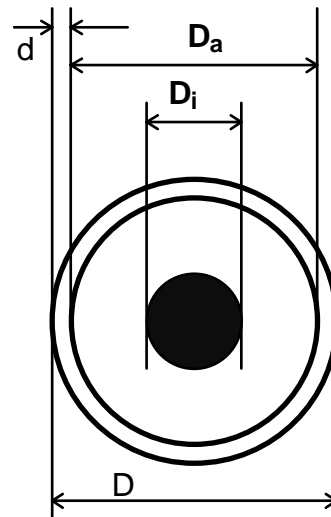


Fig. 3-2 Koaxialkabel

3.1.2 Induktivitätsbelag L'

Der Induktivitätsbelag setzt sich aus dem inneren und dem äusseren Induktivitätsbelag zusammen und wird aus dem quasistationären, magnetischen Feld unter Berücksichtigung der Stromverdrängung berechnet.

Der **innere Induktivitätsbelag** L'_i rührt vom magnetischen Feld im Inneren des Leiters her. Dieser innere Induktivitätsbelag ist für tiefe Frequenzen bis zu der sogenannten Grenzfrequenz des Skin - Effektes f_δ konstant, nachher umgekehrt proportional zur Frequenz und kann in praktischen Anwendungen oft vernachlässigt werden.

Die Grenzfrequenz des Skin - Effektes f_δ ergibt sich aus der Bedingung $\delta = r$, das heisst wenn die äquivalente Leitschichtdicke und der Leiterradius übereinstimmen.

$$f_\delta = \frac{\rho}{\mu r^2 \pi} = \frac{4\rho}{\mu d^2 \pi} \quad 3-6$$

Der innere Induktivitätsbelag folgt nacheinander: ¹²

$$L'_{DCi}(=\text{tiefe Frequenzen}) = \frac{\mu_i}{8\pi} \quad 3-7$$

$$L'_{ACi}(=\text{hohe Frequenzen}) = \frac{1}{2\pi d} \sqrt{\frac{\mu_i \rho}{\pi \cdot f}}$$

Der **äussere Induktivitätsbelag** L'_a rührt vom magnetischen Fluss ausserhalb des Leiters (d.h. im Dielektrikum zwischen den Leitern) her.

Dieser zweite Anteil ist nur durch die Geometrie der durch die Hin- und Rückleiter gebildeten Schleife bestimmt und ist von der Stromverdrängung unabhängig und somit frequenzunabhängig.

Wir können diese Induktivität bestimmen, indem wir den magnetischen Fluss zwischen den Leitern einer Koaxialleitung, ausgehend von der magnetischen Feldstärke

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r} \quad 3-8$$

mit

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \text{oder} \quad \Phi' = \int B \cdot dr \quad 3-9$$

aufintegrieren zu ¹³

$$\phi' = L' I = \mu \int H(r) dr = \frac{\mu \cdot I}{2\pi} \cdot \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu \cdot I}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) \quad 3-10$$

und auflösen nach dem Induktivitätsbelag zwischen den Leitern

$$L'_a = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right) = \frac{\mu}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D_a}{D_i}\right) \quad 3-11$$

¹² Die Angabe von Induktivitätsbelägen setzt eine Leitung mit Rückleitung voraus.

¹³ Dies unter linearen Verhältnissen $\Leftrightarrow \mu_r = \text{konstant}$.

Für das Koaxialkabel gilt damit

$$L' = L'_a + L'_i \quad \text{worin} \quad L'_i = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_a} \right) \sqrt{\frac{\mu \cdot \rho}{\pi \cdot f}} \quad 3-12$$

$$\text{mit} \quad \omega \rightarrow \infty \Rightarrow L' \approx L'_a = \frac{\mu_a}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D_a}{D_i} \right)$$

Die Berechnung für eine parallele Doppeldrahtleitung können wir durch eine konforme Kreisabbildung aus dem Koaxialkabel finden. Die Abbildungsvorschrift für das Durchmesserverhältnis des Koaxialkabel lautet: ¹⁴

$$\frac{r_a}{r_i} = \frac{D_a}{D_i} = \frac{a}{D} + \sqrt{\left(\frac{a}{D} \right)^2 - 1} \quad 3-13$$

somit wird der äussere Induktivitätsbelag für die parallele Doppeldrahtleitung:

$$L'_a = \frac{\mu}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{a}{D} + \sqrt{\left(\frac{a}{D} \right)^2 - 1} \right) \quad 3-14$$

Der gesamte Induktivitätsbelag für die parallele Doppeldrahtleitung kann vereinfacht werden zu

$$L'_a (a \gg D) \approx \frac{\mu}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{2a}{D} \right)$$

$$L' = 2 \cdot L'_i + L'_a$$

$$\omega \rightarrow \infty \Rightarrow L' \approx L'_a = \frac{\mu}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{2a}{D} \right)$$

3-15

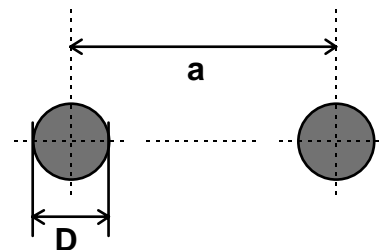


Fig. 3-3 Parallele Doppeldrahtleitung

Wir können als prinzipielle Eigenschaft festhalten:

Bei hohen Frequenzen ist der Induktivitätsbelag frequenzunabhängig.

¹⁴ Kreis in der z - Ebene: $w = p \cdot \tanh(\ln z) = \frac{\sqrt{a^2 - D^2}}{2} \cdot \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$

3.1.3 Kapazitätsbelag C'

C' wird aus dem elektrostatischen Feld als Kapazität pro Längeneinheit der Leiteranordnung berechnet. Ausgehend vom Zusammenhang $Q' = C' \cdot U$ und dem Verlauf der elektrischen Feldstärke $E(r)$ zwischen den Leitern eines Koaxialkabels

$$E(r) = \frac{Q'}{2\pi \cdot r \cdot \epsilon} \quad \text{aus} \quad D = \epsilon \cdot E = \frac{dQ}{dA} = \frac{Q}{A} \quad 3-16$$

können wir die Potentialdifferenz zwischen den beiden Leitern bestimmen mit

$$U = - \int_{r_i}^{r_a} E(r) dr = - \frac{Q'}{2\pi\epsilon} \cdot (\ln(r_i) - \ln(r_a)) \quad 3-17$$

Somit wird der Kapazitätsbelag für eine Koaxialleitung

$$C' = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{r_a}{r_i}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D_a}{D_i}} \quad 3-18$$

C' ist **frequenzunabhängig**, jedoch abhängig:

- von der Geometrie der Leiteroberfläche
- von der gegenseitigen Lage der Leiter und
- von der Dielektrizitätskonstante ϵ des Isolators.

Der Kapazitätsbelag ist immer frequenzunabhängig

Durch eine konforme Kreisabbildung finden wir auch hier die Formeln für den Kapazitätsbelag der parallelen Doppeldrahtleitung:

$$C' = \frac{\pi \cdot \epsilon}{\ln \left(\frac{a}{D} + \sqrt{\left(\frac{a}{D} \right)^2 - 1} \right)}$$

$$C'(a \gg D) \approx \frac{\pi \cdot \epsilon}{\ln \frac{2a}{D}} \quad 3-19$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad \text{mit} : \epsilon_0 = 8,854 \text{ pF/m}$$

Für verschiedene Isolationsmaterialien können die folgenden Werte eingesetzt werden:

Stoff	ϵ_r	Stoff	ϵ_r	Stoff	ϵ_r
Anilinharz	3 .. 4	Hartgummi	2,8	Polystyrol PS	2,4 .. 3
Azeton	21,5	Hartpapier	5 .. 6	Polyvinylchlorid, hart	3,2..3,5
Asphalt	2,7	Harzöl	2	= PVC, weich	4 .. 5,5
Bakelit	5	Hölzer	1 .. 7	Porzellan	6
Bariumtitanat	>1000	Kautschuk	2,4	Teflon ®, PTFE ¹⁵	2,1 ¹⁶
Basalt	9	Luft	1,0006	Quarz	3,8 .. 5
Benzol	2,25	Marmor	8,3	Quarzglas	4,2..4,4
Bernstein	2,8	Papier	1,333	Rizinusöl	4,6
Diamant	16,5	Paraffin	2,1..2,2	Schellack	3,1
Ebonit	2,6	Pertinax	4,8	Terpentinöl	2,3
Eis bei -20°C	16	Petroleum	2,1	Toluol	2,35
Epoxiharz	3,7	Phenolharz	4 .. 6	Transformatoröl	2,3
Glas, gewöhnlich	5 .. 7	Plexiglas	3	Wasser (destilliert)	81
Glimmer	5 .. 8	Polyethylen PE	2,2..2,3	Zellulose	6,6
Gummi	2,7	Polypropylen PP			

Tabelle 3-1 Dielektrizitätszahlen, Permittivitätszahlen

3.1.4 Ableitungsbelag G'

G' wird aus dem elektrostatischen Feld unter Berücksichtigung der Leitfähigkeit und der dielektrischen Verluste des Wechselfeldes berechnet.

$$\tan(\delta_G) = \frac{G'}{\omega C'}$$

3-20

$$G' = \omega \tan(\delta_G) C' \sim \omega$$

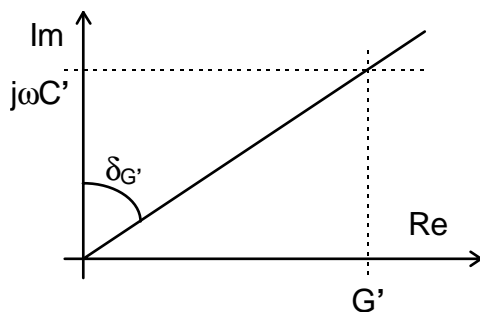


Fig. 3-4 Verlustwinkel des Dielektrikums

Parallele Doppeldrahtleitung

$$G' = \omega \cdot \tan(\delta_G) \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{2a}{D}} \quad 3-21$$

Koaxialkabel

$$G' = \omega \cdot \tan(\delta_G) \frac{2\pi \epsilon}{\ln \frac{D_a}{D_i}} \quad 3-22$$

Der Ableitungsbelag ist proportional zur Frequenz.

¹⁵ PTFE: Polytetrafluorethylen, Teflon®

¹⁶ 2,0 .. 2,1

3.2 Sekundäre Leitungskonstanten

Die sekundären Leitungskonstanten lassen sich leicht in Funktion der primären Leitungskonstanten L' , C' , R' und G' ausdrücken. In der Praxis sind jedoch meistens Näherungen und Vereinfachungen zulässig, welche leicht die charakteristischen Eigenschaften der verschiedenen Leitungstypen erkennen lassen.

3.2.1 Leitungstypen

Man unterscheidet zwei grundlegende Verhalten - entsprechend den zwei Typen:

Dispersive Leitungen:

$$R' \gg \omega L' \quad \text{und} \quad G' \ll \omega C'$$

Die zweite Ungleichung ist bereits bei Frequenzen oberhalb 1 Hz erfüllt. Das Kabel zeigt kapazitives Verhalten, seine Wellenimpedanz hat eine kapazitive Komponente.

Verlustlose Leitungen:

$$R' \ll \omega L' \quad \text{und} \quad G' \ll \omega C'$$

Bei steigender Frequenz kehrt die erste Ungleichung der dispersiven Leitung um. Bei genügend hoher Frequenz ist für alle Leitungsbauarten der induktive Spannungsabfall grösser als der Abfall an R' .

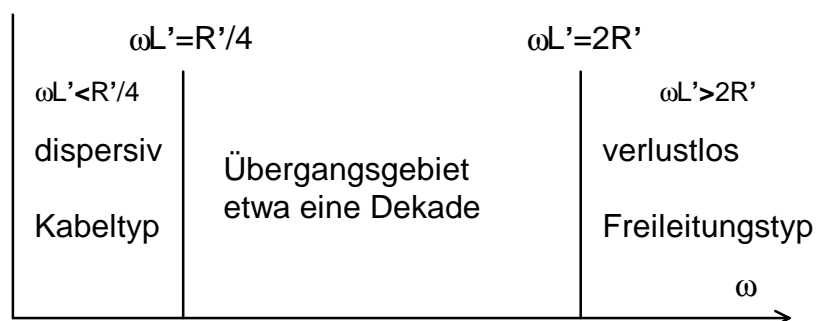


Fig. 3-5 Kabeltyp und Freileitungstyp

Historisch gesehen wurde das dispersive Verhalten zuerst bei Kabeln, das verlustlose Verhalten bei Freileitungen beobachtet. Darum wird in der Literatur zum Teil auch von der Leitung nach **Kabeltyp** oder **Freileitungstyp** gesprochen.

3.2.2 Wellenimpedanz

Die allgemeine Formel für die Wellenimpedanz kann für die einzelnen Leitungstypen vereinfacht werden (Näherung).

Dispersive Leitung:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \approx \sqrt{\frac{R'}{j\omega C'}} = \sqrt{\frac{R'}{\omega C'}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} = \sqrt{\frac{R'}{\omega C' \cdot 2}} \cdot (1 - j) \quad 3-23$$

Verlustlose Leitung:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \approx \sqrt{\frac{\omega L'}{\omega C'}} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = R_0 \quad 3-24$$

Die Wellenimpedanz der verlustlosen Leitung ist frequenzunabhängig und reell.

Man spricht darum auch vom **Wellenwiderstand** R_0 .

Somit kann der Wellenwiderstand R_0 für einfache Leitungen ausgerechnet werden:

Parallele Doppeldrahtleitung:

$$R_0 = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\pi} \cdot \ln \frac{2a}{D} \quad 3-25$$

Koaxialkabel:

$$R_0 = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{2\pi} \cdot \ln \frac{D_a}{D_i} \quad 3-26$$

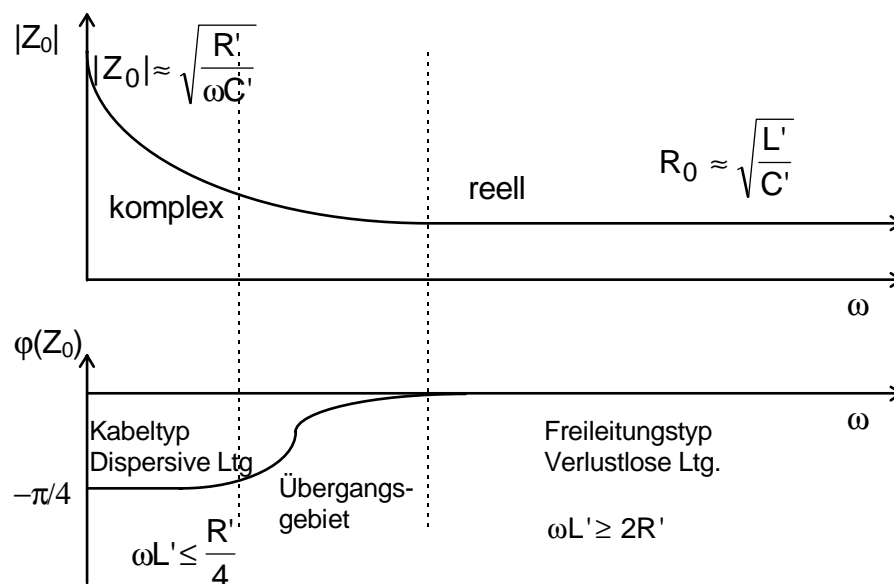


Fig. 3-6 Betrag und Phase der Wellenimpedanz in Funktion von ω .

3.2.3 Dämpfungsbelag und Phasenbelag

Für die Abschätzung des Verhaltens des Dämpfungsbelages α und des Phasenbe-

lages β müssen wir zuerst die komplexe, trigonometrische Form dieser Beläge bestimmen.

Durch Definition der Verlustwinkel

δ_R : Verlustwinkel des Leiterwiderstandes

δ_G : Verlustwinkel des Dielektrikums zwischen den Leitern (vgl. Kapitel 3.1.4).

finden wir

$$\begin{aligned} R' + j\omega L' &= \frac{\omega L'}{\cos(\delta_R)} e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta_R)} \\ G' + j\omega C' &= \frac{\omega C'}{\cos(\delta_G)} e^{j(\frac{\pi}{2} - \delta_G)} \end{aligned} \quad 3-27$$

Der Übertragungsbelag wird zu

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \frac{\omega \sqrt{L'C'}}{\sqrt{\cos(\delta_G) \cos(\delta_R)}} e^{j\frac{1}{2}(\pi - \delta_R - \delta_G)} \quad 3-28$$

und damit der Real- und der Imaginärteil

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\omega \sqrt{L'C'}}{\sqrt{\cos(\delta_G) \cos(\delta_R)}} \sin\left(\frac{\delta_R + \delta_G}{2}\right) \\ \beta &= \frac{\omega \sqrt{L'C'}}{\sqrt{\cos(\delta_G) \cos(\delta_R)}} \cos\left(\frac{\delta_R + \delta_G}{2}\right) \end{aligned} \quad 3-29$$

Für **dispersive Leitungen** finden wir den Verlauf des Dämpfungsbelages und des Phasenbelages relativ einfach:

$$\begin{aligned} \gamma = \alpha + j\beta &= \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \approx \sqrt{j\omega R'C'} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega R'C'}{2}} \\ \alpha = \beta &= \sqrt{\frac{\omega R'C'}{2}} \end{aligned} \quad 3-30$$

Bei der **verlustlosen Leitung** wird in einer ersten Näherung

$$\begin{aligned} \gamma = \alpha + j\beta &= \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \approx j\omega \sqrt{L'C'} = j\beta \\ \beta &= \omega \sqrt{L'C'} \\ \alpha &= 0 \end{aligned} \quad 3-31$$

Daher rührt auch der Name: verlustlose Leitung. In vielen Fällen darf die Dämpfung in der Praxis auch vernachlässigt werden. Trotzdem tritt in einer physikalischen Leitung immer eine Dämpfung auf, auch wenn sie nur sehr gering ist. Eine Abschätzung erhalten wir, wenn wir die eingeführten Verlustwinkel als sehr klein betrachten und mit

$\cos x \cong 1$ und $\sin x \cong x$, $x \ll 1$
aus (3-29) vereinfachen:

$$\alpha = \omega \sqrt{L'C'} \left(\frac{\delta_R + \delta_G}{2} \right) = \frac{R'}{2} \sqrt{\frac{C'}{L'}} + \frac{G'}{2} \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \frac{R'}{2R_0} + \frac{G'R_0}{2} \quad 3-32$$

$$\beta = \omega \sqrt{L'C'}$$

Der Dämpfungsbelag ist konstant d.h. unabhängig von der Frequenz und der Phasenbelag bleibt proportional mit der Frequenz.

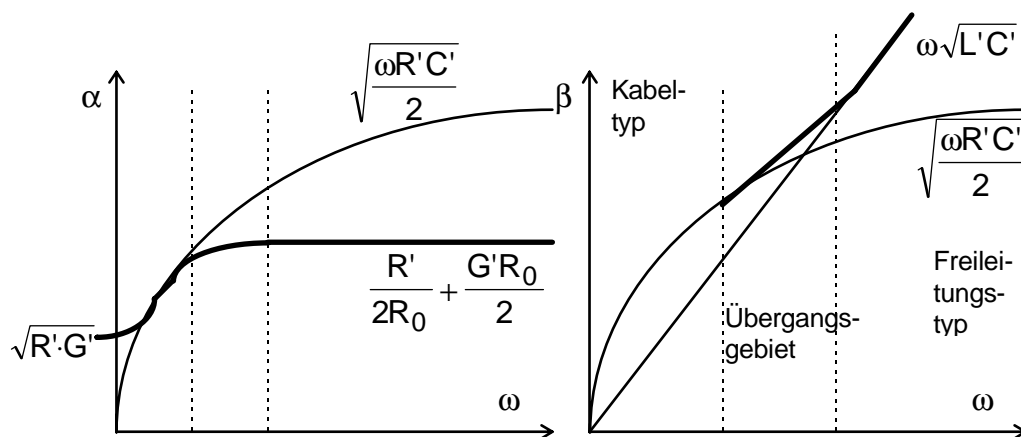


Fig. 3-7 Dämpfungsverlauf und Phasenbelag als Funktion der Frequenz

3.2.4 Phasen- und Gruppengeschwindigkeit

Auch die Phasengeschwindigkeit kann für die einzelnen Leitungstypen durch einsetzen der gefundenen Werte für den Phasenbelag vereinfacht werden.

Verlustlose Leitung:

Phasengeschwindigkeit = Gruppengeschwindigkeit

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}} = v_g \quad 3-33$$

Phasenlaufzeit = Gruppenlaufzeit

$$t_p = l \cdot \sqrt{L'C'} \quad 3-34$$

Wenn beim Koaxialkabel oder bei der Zweidrahtleitung die Werte für C' und L' eingesetzt werden, können die geometrischen Dimensionen gekürzt werden. Die Phasengeschwindigkeit ist nur noch von den Materialkonstanten abhängig. Oftmals wird die Phasengeschwindigkeit bei einer verlustlosen Leitung als Faktor zur Lichtgeschwindigkeit c , als **Verkürzungsfaktor** k_v angegeben. Es gilt:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu_r \varepsilon_0 \varepsilon_r}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}; \quad k_v = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}} \quad 3-35$$

$$v_p = c \cdot k_v = \lambda \cdot f$$

Bei der verlustlosen Leitung ist die Phasengeschwindigkeit eine Konstante aus den Materialeigenschaften.

Dispersive Leitung:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \approx \sqrt{j\omega R' C'} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega R' C'}{2}} \quad 3-36$$

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega R' C'}{2}} \quad \text{und} \quad v_p = \frac{\omega}{\beta} = \sqrt{\frac{2\omega}{R' C'}}$$

Die Phasengeschwindigkeit v_p einer dispersiven Leitung ist proportional zu der Wurzel aus der Frequenz.

Da die Phasengeschwindigkeit bei der verlustlosen Leitung frequenzunabhängig ist, ist auch die Gruppengeschwindigkeit identisch mit der Phasengeschwindigkeit.

Dies ist anders bei der dispersiven Leitung:

Gruppengeschwindigkeit (Dispersive Leitung, Kabeltyp)

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{d}{d\beta} \left(\frac{2\beta^2}{R' C'} \right) = \frac{2 \cdot 2\beta}{R' C'} = \frac{4}{R' C'} \sqrt{\frac{\omega \cdot R' \cdot C'}{2}} \quad 3-37$$

$$v_g = 2 \sqrt{\frac{2\omega}{R' \cdot C'}} = 4 \sqrt{\frac{\pi \cdot f}{R' \cdot C'}}$$

Gruppenlaufzeit (Dispersive Leitung, Kabeltyp)

$$t_g = \ell \cdot \frac{d\beta}{d\omega} = \frac{\ell}{2} \sqrt{\frac{R' \cdot C'}{2\omega}} = \frac{\ell}{4} \sqrt{\frac{R' \cdot C'}{\pi \cdot f}} \quad 3-38$$

3.3 Leitungen der Planartechnik

In der Schaltungstechnik spielen heute „planare“ Schaltungen mit Leiterbahnen auf der Oberfläche von Trägermaterialien (Substraten) aus Kunststoffen, Halbleitern und Keramik eine wichtige Rolle.

Die planaren Leitungen sind bequem für die Herstellung. Ihre Berechnung auf der

Grundlage der Feldtheorie ist aber eher schwierig und mit guter Näherung nur mit numerischen Methoden durchführbar. Die Schwierigkeit liegt vor allem beim inhomogenen Dielektrikum.

Für eine typische Printanordnung, nämlich den Mikrostrip¹⁷ können die nachstehenden Daten verwendet werden. Stripline und gekoppelter Mikrostrip sind zusätzlich dargestellt.

Wellenimpedanz, effektiv wirksame Dielektrizitätskonstante ϵ_{re} und relative Ausbreitungsgeschwindigkeit v_r des Mikrostrip.

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \ln \left(\frac{F_1 \cdot h}{w} + \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{w} \right)^2} \right) [\Omega]$$

$$\text{worin } F_1 = 6 + (2\pi - 6) \cdot e^{-\left(\frac{30,66 \cdot h}{w} \right)^{0,7528}}$$

$$\text{und } \epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 10 \cdot \frac{h}{w} \right)^{-0,555}$$

$$\text{bei } t \approx 0 \text{ und } \frac{w}{h} \geq 1$$

3-39

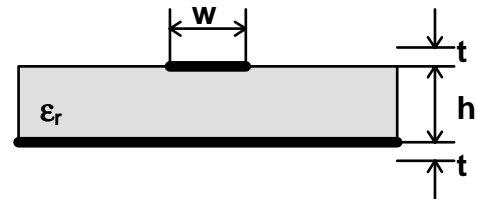


Fig. 3-8 Mikrostrip

Die relative Ausbreitungsgeschwindigkeit v_r (relativ zu c) wird zu

$$v_r = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{re}}}$$

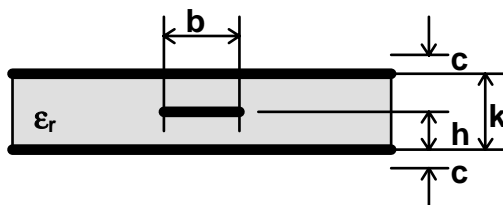


Fig. 3-9 Stripline

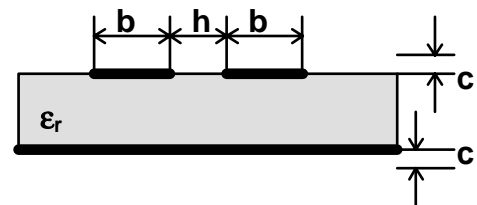


Fig. 3-10 Gekoppelte Mikrostrip

Kommentar: Niedrige Induktivitäten und Wellenwiderstände werden durch breite Leiter in kleinem Abstand zur Rückleiterfläche erreicht.

¹⁷ Weitere Angaben finden sich in E. Hammerstad, O. Jensen, Accurate Models for Microstrip Computer Aided Design, IEEE Microwave Symposium 1980, S. 407-409 und in R.P. Owens, Accurate analytical ... , The Radio and Electronic Engineer, 46, No.7, July 76, S.360-364.

4 Leitungsanpassung

4.1 Leitung mit Fehlanpassung

Als einführendes Beispiel wird eine Leitung mit einer Diskontinuität betrachtet. Der Eingang und der Ausgang der Leitung sind je mit der Wellenimpedanz abgeschlossen. Die Randbedingungen für die Lösung der Leitungsgleichungen müssen nun so gewählt werden, dass die Lösung beidseitig der Stossstellen erfüllt ist und gleichzeitig die Kontinuitätsbedingungen (4-1) an der Stossstelle eingehalten sind.

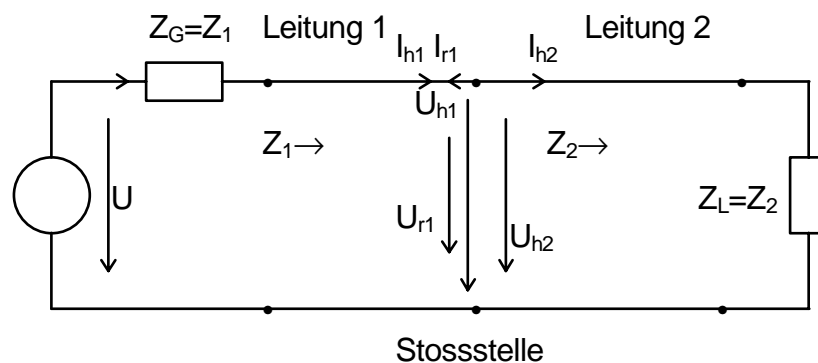


Fig. 4-1 Leitung mit Diskontinuität

Die Kontinuitätsbedingungen an der Stossstelle lauten:

$$U_{h1} + U_{r1} = U_{h2} \quad \text{und} \quad I_{h1} - I_{r1} = I_{h2} \quad 4-1$$

Weiter gelten:

$$\begin{aligned} Z_1 \cdot I_{h1} &= U_{h1} \quad , \quad Z_2 \cdot I_{h2} = U_{h2} \\ \text{und} \quad Z_1 \cdot I_{r1} &= U_{r1} \end{aligned} \quad 4-2$$

Daraus wird der **Reflexionsfaktor** r an der Stossstelle:¹⁸

$$r = \frac{U_{r1}}{U_{h1}} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad 4-3$$

welcher im allgemeinen eine komplexe Grösse darstellt.

Die Spezialfälle **Kurzschluss** ($Z_2 = 0$), **Leerlauf** ($Z_2 \rightarrow \infty$) und **Anpassung** der Leitung ($Z_1 = Z_2$) ergeben die Reflexionsfaktoren:

Kurzschluss	$r = -1$
Leerlauf	$r = 1$
Anpassung	$r = 0$

¹⁸ Der Reflexionsfaktor r ergibt sich aus (4-1) mit dem Ansatz $Z_2 = U_{h2} / I_{h2}$. r wird auch Reflexionskoeffizient genannt.

4.2 Reflexionsfaktor, Impedanztransformation und Rückflussdämpfung

Der Reflexionsfaktor r ist definiert als

$$r = \frac{U_r(x)}{U_h(x)} = \frac{I_r(x)}{I_h(x)} = \frac{U_r \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{\gamma x}}{U_h \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma x}} = \frac{U_r}{U_h} \cdot e^{2\gamma x} \quad 4-4$$

Der Reflexionsfaktor r ist ortsabhängig $r = r(x)$ und komplex $r = |r| \cdot e^{j\varphi}$. An der nachstehenden Fig. werden die Zusammenhänge dargestellt.

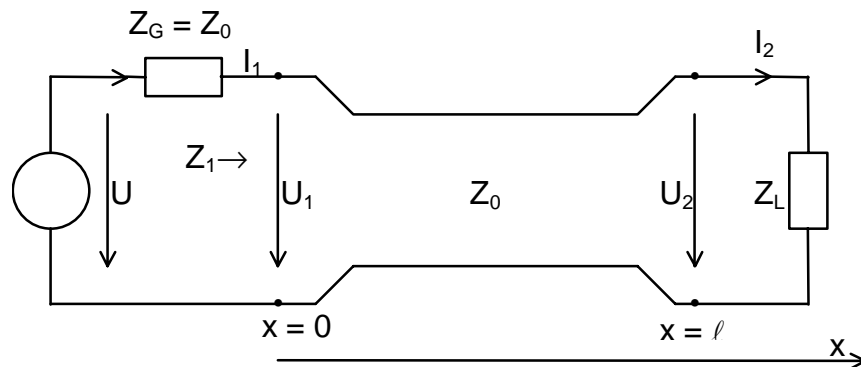


Fig. 4-2 Leitung

Am Leitungsende $x = \ell$ gilt

$$\begin{aligned} U_h \cdot e^{-\gamma \ell} + U_r \cdot e^{\gamma \ell} &= U_2 = Z_L \cdot I_2 \\ U_h \cdot e^{-\gamma \ell} - U_r \cdot e^{\gamma \ell} &= Z_0 \cdot I_2 \end{aligned} \quad 4-5$$

Aus Addition und Subtraktion der beiden Gleichungen wird

$$r_{x=\ell} = r_2 = \frac{U_r(\ell)}{U_h(\ell)} = \frac{I_r(\ell)}{I_h(\ell)} = \frac{U_r \cdot e^{\gamma \ell}}{U_h \cdot e^{-\gamma \ell}} = \frac{U_r}{U_h} \cdot e^{2\gamma \ell} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad 4-6$$

Am Leitungsanfang mit $x = 0$ muss gelten

$$r_{x=0} = r_1 = \frac{U_r(0)}{U_h(0)} = \frac{I_r(0)}{I_h(0)} = \frac{U_r \cdot e^{\gamma 0}}{U_h \cdot e^{-\gamma 0}} = \frac{U_r}{U_h} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \cdot e^{-2\gamma \ell} \quad 4-7$$

und mit $r = |r| \cdot e^{j\varphi}$ wird

$$r_1 = r_2 \cdot e^{-2\gamma \ell} = |r_2| \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{-2\gamma \ell} = |r_2| \cdot e^{-2\alpha \ell} \cdot e^{j(\varphi - 2\beta \ell)} \quad 4-8$$

Der Abschlusswiderstand Z_L ist vom Leitungsanfang ($x = 0$) her „sichtbar“. Er wird über die Leitung transformiert zu Z_1 . Es gilt

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma \ell}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma \ell} = Z_L \cdot \frac{1 + \frac{Z_0}{Z_L} \cdot \tanh \gamma \ell}{1 + \frac{Z_L}{Z_0} \cdot \tanh \gamma \ell} \quad 4-9$$

Die Rückflussdämpfung (Returnloss RL) ergibt sich aus dem Leistungsverhältnis von P_h zu P_r :

$$RL = 10 \cdot \lg \frac{P_r}{P_h} \quad \text{oder} \quad 10 \cdot \lg \frac{P_h}{P_r} \quad 4-10$$

4.3 Mehrfachreflexion

Treten zwei oder mehr Stossstellen in einem Leitungsabschnitt auf, so werden die Wellen mehrfach reflektiert. Als illustratives Beispiel sei die Leitung mit Fehlanpassung am Ein- und Ausgang betrachtet ($Z_G \neq Z_0 \neq Z_L$).

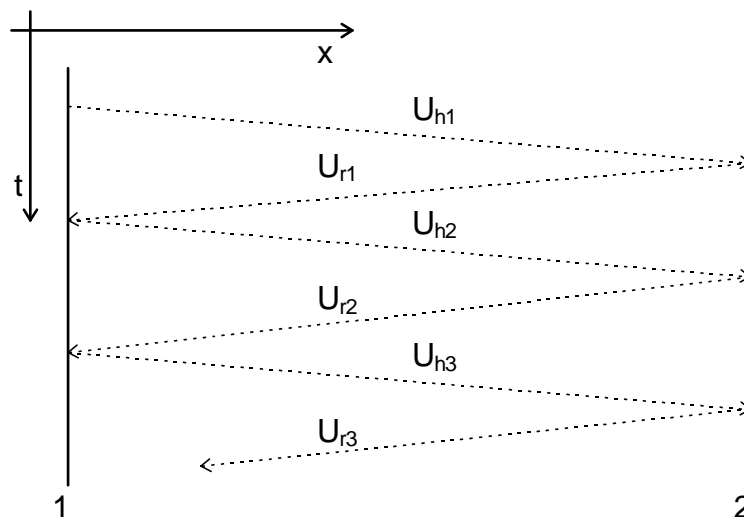


Fig. 4-3 Mehrfachreflexionen

Die Werte für die einzelnen Komponenten lauten ¹⁹

$$\begin{aligned} U_{h1}(0) &= U \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} \\ U_{r1}(0) &= U_{h1}(0) \cdot r_2 \cdot e^{-2\gamma \ell} \\ U_{h2}(0) &= U_{r1}(0) \cdot r_1 \dots \text{usw} \end{aligned} \quad 4-11$$

Nach jeder Doppelreflexion erscheint die hinlaufende Welle mit dem komplexen Faktor $r_1 r_2 e^{-2\gamma \ell}$ multipliziert.

¹⁹ Zu Beginn ($t = 0$) „sieht“ die Quelle die Wellenimpedanz Z_0 . Sie „weiss“ noch nicht, dass sie am Leitungsende reflektiert wird.

Die Überlagerung aller Komponenten ergibt für den Eingang

$$U_1 = U \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} (1 + r_2 e^{-2\gamma\ell} + r_1 r_2 e^{-2\gamma\ell} + r_1 r_2^2 e^{-4\gamma\ell} + \dots) \quad 4-12$$

$$U_1 = U \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} (1 + r_2 e^{-2\gamma\ell}) (1 + r_1 r_2 e^{-2\gamma\ell} + r_1^2 r_2^2 e^{-4\gamma\ell} + \dots)$$

Darin kann die Summe der unendlichen Reihe mit

$$\frac{1}{1-q} = \sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots \quad 4-13$$

bestimmt werden und die Eingangsspannung wird zu

$$U_1 = U \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} (1 + r_2 e^{-2\gamma\ell}) \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{-2\gamma\ell}} \quad 4-14$$

Das Signal am Ausgang kann analog berechnet werden und man findet:

$$U_2 = U \frac{Z_0}{Z_G + Z_0} \cdot \frac{(1 + r_2) e^{-\gamma\ell}}{1 - r_1 r_2 e^{-2\gamma\ell}} \quad 4-15$$

4.4 Eingangsimpedanz der Leitung

Die Eingangsimpedanz einer Leitung hängt von der Wellenimpedanz der Leitung, ihren Übertragungseigenschaften, ihrer Länge und der Impedanz am Ausgang ab. Sie ist definiert als Quotient aus der Spannung und dem Strom am Eingang.

$$Z_1 = \frac{U_1(0)}{I_1(0)} = \frac{U_2 \cosh(\gamma\ell) + Z_0 I_2 \sinh(\gamma\ell)}{(U_2 / Z_0) \sinh(\gamma\ell) + I_2 \cosh(\gamma\ell)} \quad 4-16$$

$$Z_1 = Z_L \cdot \frac{1 + \frac{Z_0}{Z_L} \tanh(\gamma\ell)}{1 + \frac{Z_L}{Z_0} \tanh(\gamma\ell)}$$

Nach der obenstehenden Formel kann die Eingangsimpedanz als transformierte Abschlussimpedanz interpretiert werden. Der Leitung kann eine kaschierende Eigenschaft zugeschrieben werden, die mit grösser werdender Länge zunimmt (Dämpfung). Zwei Spezialfälle sind z.B. die Leitung der Länge 0 und die unendlich lange Leitung.

$$\begin{aligned} \ell = 0 & \text{ -----} \rightarrow Z_1 = Z_L \\ \ell \rightarrow \infty & \text{ -----} \rightarrow Z_1 = Z_0 \end{aligned}$$

Neben diesen Spezialfällen existieren, insbesondere für den Fall vernachlässigbarer Dämpfung bei einer kurzen Leitung, beliebige komplexe Werte (inkl. plus/minus Unendlich). Diese Eigenschaften werden vor allem zur Transformation von Impedanzen (Anpassung) bei Anwendungen im Hochfrequenzbereich eingesetzt.

Wenn $\alpha = 0$ gilt, wird $\gamma\ell = j\beta\ell$. Damit folgt für die Eingangsimpedanz

$$Z_1 = Z_L \frac{1 + \frac{Z_0}{Z_L} j \tan\beta\ell}{1 + \frac{Z_L}{Z_0} j \tan\beta\ell} \quad 4-17$$

Von besonderem Interesse sind Leitungsstücke der Länge $\ell = \lambda/4$. Dann gilt²⁰

$$\text{wegen } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{\omega}{\beta f} = \frac{2\pi}{\beta} : \quad 4-18$$

$$Z_1 = \frac{Z_0^2}{Z_L}$$

4.5 Stehende Welle

Auf einer Leitung, welche nicht ideal abgeschlossen ist, entsteht eine reflektierte Welle, die i.a. nicht vernachlässigt werden darf. Sie steht in einer starren Phasenbeziehung zur hinlaufenden Welle und die Superposition beider Komponenten führt auf eine Umhüllende, die nur vom Ort abhängt, die sogenannte **stehende Welle**.

$$U(x) = U_2 \cosh[\gamma \cdot (\ell - x)] + Z_0 I_2 \sinh[\gamma \cdot (\ell - x)]$$

$$I(x) = \frac{U_2}{Z_0} \sinh[\gamma \cdot (\ell - x)] + I_2 \cosh[\gamma \cdot (\ell - x)] \quad 4-19$$

Einen einfachen Fall stellt die verlustlose, an ihrem Ende durch einen Kurzschluss (oder Leerlauf) abgeschlossene Leitung dar. Es gelten für die Lösung der Wellengleichung die Vereinfachungen

$$\begin{array}{ll} \text{keine Dämpfung:} & \alpha = 0 ; \gamma = j\beta \\ \text{offene Leitung:} & I_2 = 0 \quad (\text{Leerlauf}) \end{array}$$

und man erhält ($I_2 = U_2/Z_2$):

$$U(x) = U_2 \cosh[\gamma \cdot (\ell - x)] + Z_0 I_2 \sinh[\gamma \cdot (\ell - x)]$$

$$U(x) = U_2 \cosh[j\beta \cdot (\ell - x)] \quad 4-20$$

$$U(x) = U_2 \cos[\beta \cdot (\ell - x)]$$

Der letzte Ausdruck stellt die Ortsfunktion der Umhüllenden dar.

²⁰ Leitungsstücke $\ell \neq \lambda/4$ wirken kapazitiv oder induktiv. Sie werden als L oder C eingesetzt.

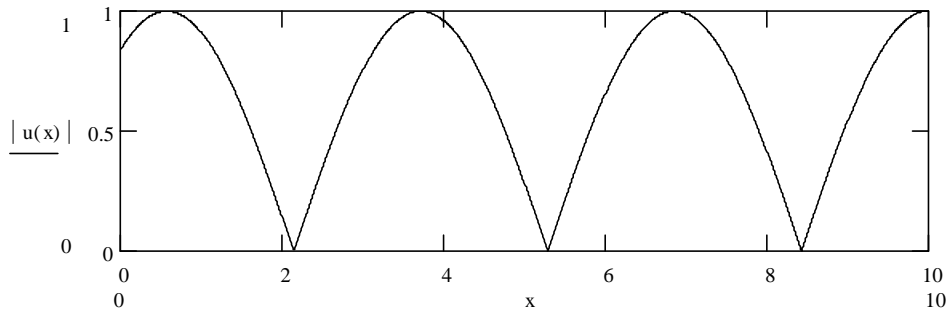


Fig. 4-4 Stehende Welle für $\alpha = 0$ und offenes Leitungsende

Allgemeiner gelten ²¹

$$U(x) = U_h e^{-\gamma x} + U_r e^{\gamma x} = U_h(x) + U_r(x) \quad 4-21$$

und

$$I(x) = \frac{1}{Z_0} (U_h e^{-\gamma x} - U_r e^{\gamma x}) = I_h(x) - I_r(x) \quad 4-22$$

$U(x)$ lässt sich wegen

$$U(x) = U_h \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} + U_r \cdot e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} \quad 4-23$$

als Summe zweier Zeiger darstellen, die in entgegengesetzter Richtung mit β rotieren und im Betrag einerseits ab- und andererseits zunehmen.

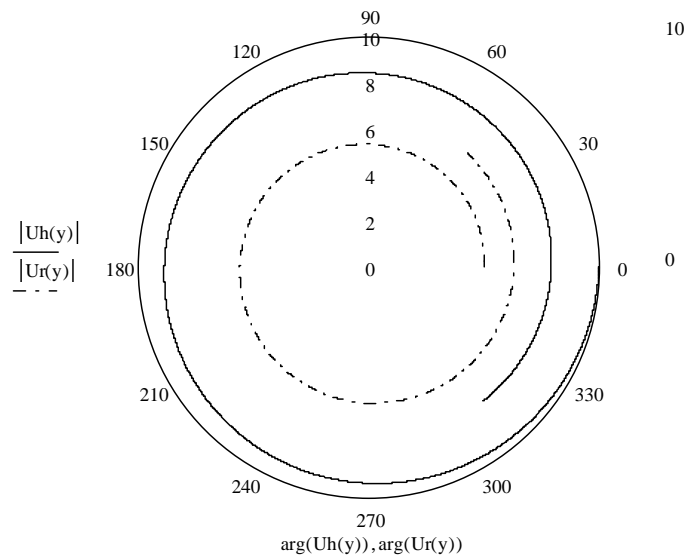


Fig. 4-5 Gegeneinander rotierende, ortsabhängige Spannungszeiger

Entlang des Weges x wird die Summe der gegenläufigen Zeiger gebildet. Die am Ort x herrschende Spannung ergibt sich aus dem Betrag des Summenzeigers. Der Strom an der Stelle x lässt sich in gleicher Weise ermitteln.

²¹ Siehe auch Kapitel 2

$$U(r, x) := U_h(x) + U_r(r, x)$$

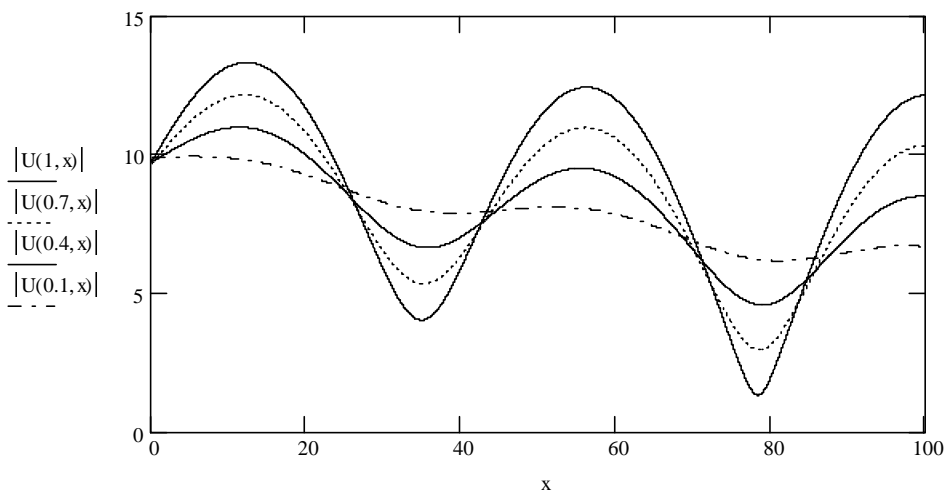


Fig. 4-6 Spannung entlang der Leitung bei unterschiedlichem Reflexionsfaktor

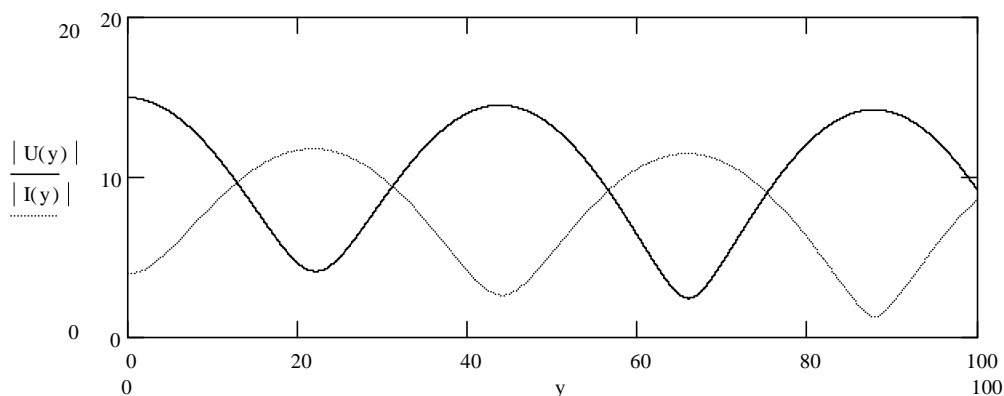


Fig. 4-7 Stehende Welle für Spannung und Strom entlang der Leitung

Aus den Orten für U_{\max} und U_{\min} lässt sich die Wellenlänge λ ermitteln. Aus der Zeigerdarstellung ist ersichtlich, dass sich die Extrema dann einstellen, wenn die beiden Zeiger deckungsgleich oder entgegengesetzt zueinander stehen. Um von einem Maximum zu einem Minimum zu gelangen müssen sich beide Zeiger um je den Winkel $\pi/4$ drehen.

Ein Spannungsminimum stelle sich am Ort x_1 und ein Spannungsmaximum am Ort x_2 ein. Damit muss gelten

$$\beta x_2 - \beta x_1 = \frac{\pi}{2} = \beta \cdot (x_2 - x_1) \quad \text{und}$$

$$\text{wegen } v = \frac{\omega}{\beta} = f \cdot \lambda \quad \rightarrow \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{wird} \quad 4-24$$

$$x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{4}$$

In der Messtechnik wird die Stehende Welle benützt, um Impedanzen zu messen und die Anpassung zu überprüfen. Unter anderem wird mit einer Sonde in einer sogenannten **Lecherleitung** oder auch einer **Slot-Line** die Spannung in Funktion des Ortes gemessen. Die Amplitudenvariation gibt ein Mass für den **Betrag** der angeschlossenen Impedanz, die relative Phase in Bezug auf diejenige eines Kurzschlusses ermöglicht die Bestimmung der Komponenten (Real- und Imaginärteil).

Es sei das Stehwellenverhältnis s ²²

$$s = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \text{VSWR} = \text{SWR} = \frac{1}{m} \quad 4-25$$

Aufgrund der gemachten Überlegung lässt sich schreiben

$$\begin{aligned} U_{\min} &= |U_{1h}| \cdot e^{-\alpha x_1} - |U_{1r}| \cdot e^{\alpha x_1} \quad \text{und} \\ U_{\max} &= |U_{1h}| \cdot e^{-\alpha x_2} + |U_{1r}| \cdot e^{\alpha x_2} \quad \text{und daraus} \quad 4-26 \\ s = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} &\approx \frac{1 + \frac{|U_{1r}|}{|U_{1h}|} \cdot e^{2\alpha x_2}}{1 - \frac{|U_{1r}|}{|U_{1h}|} \cdot e^{2\alpha x_1}} = \frac{1 + |r| \cdot e^{2\alpha x_2}}{1 - |r| \cdot e^{2\alpha \left(x_2 - \frac{\lambda}{4}\right)}} \cdot e^{-\alpha \frac{\lambda}{4}} \end{aligned}$$

Bei geringem Dämpfungsbelag $\alpha \approx 0$ werden $\alpha\lambda/2 \approx 0$ und $\alpha\lambda/4 \approx 0$. An der betrachteten Stelle dürfen wir schreiben²³

$$s \approx \frac{1 + |r|}{1 - |r|} \quad s = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} \quad 4-27$$

und

$$|r| \approx \frac{s-1}{s+1} \quad |r| = \frac{s-1}{s+1} \quad 4-28$$

4.6 Transportierte Leistung

Über eine Leitung wird Wirkleistung transportiert:²⁴

$$\begin{aligned} P &= U_{\text{Max}} \cdot I_{\text{Min}} = U_{\text{Min}} \cdot I_{\text{Max}} = \\ P &= s \cdot \frac{U_{\text{Min}}^2}{Z_0} = \frac{1}{s} \cdot \frac{U_{\text{Max}}^2}{Z_0} \quad 4-29 \end{aligned}$$

²² VSWR = Voltage Standing Wave Ratio. s wird auch etwa „Welligkeitsfaktor“ und m „Anpassungsfaktor“ oder „matching factor“ genannt.

²³ Gemeint ist $|r|$ an der betrachteten Stelle, dem betrachteten Ort.

²⁴ U und I sind Effektivwerte.

Weiter gelten

$$P = P_h + P_r \quad \text{und} \quad 4-30$$
$$|r| = \sqrt{\frac{P_r}{P_h}} \quad \text{und} \quad |r|^2 = \frac{P_r}{P_h}$$

an jeder Stelle der Leitung.

5 Berechnungsverfahren und Hilfsmittel

In der Praxis werden zur Unterstützung der Beurteilung einer elektrischen Leitung verschiedene Verfahren und Hilfsmittel eingesetzt. Wir wollen hier exemplarisch drei verschiedene Verfahren etwas näher betrachten:

- Das Smith-Diagramm (Smith-Chart) aus der Hochfrequenztechnik
- Das Bergeron-Diagramm aus der Digitalen-Übertragungstechnik
- Das Leitungsmodell aus der SPICE Simulation

5.1 Smith Diagramm

Die Darstellung der Impedanz in der GAUSSschen Ebene ist für die Praxis wenig geeignet. Beispielsweise ist die relative Genauigkeit abhängig vom Betrag der Impedanz. Dabei sind für viele Anwendungen nur die relative Abweichungen von der Normimpedanz eines Systemes von Interesse, die mit dem Reflexionskoeffizienten charakterisiert werden kann. Deshalb wurde eine Darstellung konstruiert, welche diese Forderungen berücksichtigt, das **Smith-Diagramm**²⁵.

5.1.1 Herleitung zur Smith-Chart

Ausgehend von der bekannten Formel

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = Z_0 \cdot \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma \ell}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma \ell} \quad 5-1$$

erhalten wir mit Einsetzen der Definition von tanh

$$Z_1 = Z_0 \frac{e^{\gamma \ell} + r_2 e^{-\gamma \ell}}{e^{\gamma \ell} - r_2 e^{-\gamma \ell}} \quad 5-2$$

Dies vereinfacht sich mit der Definition $w = r e^{-2\gamma \ell}$ zu

$$\frac{Z_1}{Z_0} = \frac{1+w}{1-w} = x + jy \quad 5-3$$

und die Umkehrung

$$w = \frac{\frac{Z_1}{Z_0} - 1}{\frac{Z_1}{Z_0} + 1} = u + jv \quad 5-4$$

²⁵ Phillip H. Smith 1905-1987 publizierte seine graphische Methode zur Berechnung von Leitungen erstmals 1939 in der Zeitschrift "Electronics". Diese Graphik ist heute noch die Vorlage für die meisten Smith-Diagramme.

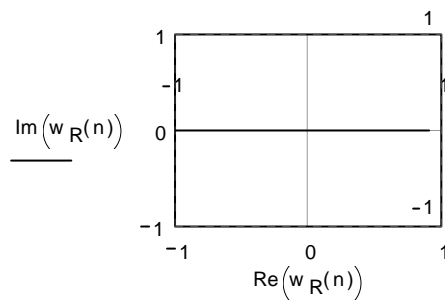
Das Prinzip des Smith Diagrammes besteht nun in einer konformen Abbildung der z-Ebene ($Z_1/Z_0 = x + jy$) auf die w-Ebene ($w = u + jv$).

Innerhalb des Kreises der w-Ebene findet sich das Bild der rechten Hälfte der z-Ebene (positive Realteile). Die geometrischen Orte für konstante Werte des Real-, resp. Imaginärteil sind in der z-Ebene Gerade und in der w-Ebene Kreise.

max := 20 n := 0, 0.1.. max

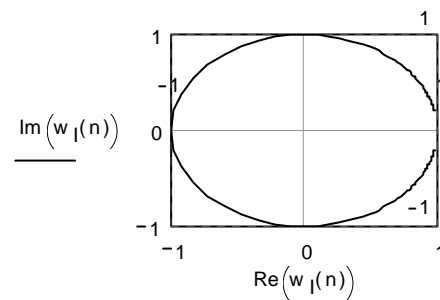
a) Reelle Achse:

$$z(n) := n \quad w_{R(n)} := \frac{z(n) - 1}{z(n) + 1}$$



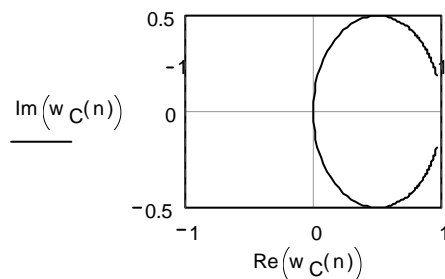
b) Imaginäre Achse:

$$z(n) := j \cdot (n - 10) \quad w_{I(n)} := \frac{z(n) - 1}{z(n) + 1}$$



c) Parallele zur imaginären Achse

$$z(n) := 1 + j \cdot (n - 10) \quad w_{C(n)} := \frac{z(n) - 1}{z(n) + 1}$$



d) Parallele zur reellen Achse

$$z(n) := (n) + j \quad w_{Z(n)} := \frac{z(n) - 1}{z(n) + 1}$$

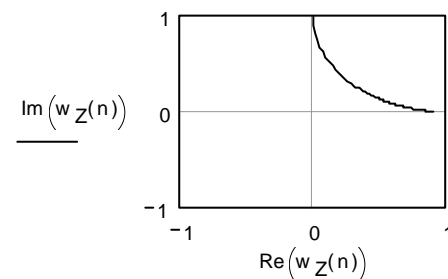


Fig. 5-1 Beispiele für Abbildungen in der Smith-Chart

5.1.2 Einsatz der Smith-Chart

Das Smith-Diagramm kann auf verschiedene Arten eingesetzt werden und sich als Nützlich erweisen. Hier ein paar Beispiele:

a) Bestimmen des Reflexionsfaktors:

1. Gegebene Abschlussimpedanz auf die Wellenimpedanz normieren.
2. Normierte Impedanz auf der gebogenen Skala eintragen.
3. Abstand zum Ursprung der Bildfunktion entspricht dem Reflexionsfaktor:
 - Winkel am Umfang ablesen
 - Betrag auf der Skala bestimmen

b) Eingangsimpedanz einer Leitung bestimmen:

1. Gegebene Abschlussimpedanz normieren und eintragen.
2. Durch diesen Punkt einen Kreis mit Zentrum im Ursprung der Bildfunktion bilden.
3. Der Abschluss ist um den entsprechenden Faktor der Wellenlänge auf diesem Kreis zu verdrehen. Drehrichtung rechtsherum beachten.
4. Der gefundene Punkt ist herauszulesen und mit der Wellenimpedanz zu multiplizieren.

c) Amplituden der Stehwellen bestimmen:

1. Gegebene Abschlussimpedanz normieren, eintragen und Leitungskreis zeichnen.
2. Der Abstand des Ursprunges der Originalfunktion zum Kreis ist immer proportional zur Spannung auf der Leitung. Somit kann der Ort und der Wert der Spannungsmaxima und Minima auf der Leitung bestimmt werden.

5.2 Zweitor-Parameter

5.2.1 A - Parameter

In der Leitungssimulation wird eine Leitung als Zweitor betrachtet. Die Leitungsformeln

$$\begin{aligned} U(x) &= U_2 \cosh(\gamma(\ell - x)) + Z_0 I_2 \sinh(\gamma(\ell - x)) \\ I(x) &= \frac{U_2}{Z_0} \sinh(\gamma(\ell - x)) + I_2 \cosh(\gamma(\ell - x)) \end{aligned} \quad 5-5$$

mit der Definition der A-Parameter (Vorzeichen²⁶ beachten!!):

$$\begin{aligned} U_1 &= A_{11} \cdot U_2 + A_{12} \cdot I_2 \\ I_1 &= A_{21} \cdot U_2 + A_{22} \cdot I_2 \end{aligned} \quad 5-6$$

führt zu

$$A = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma\ell) & Z_0 \sinh(\gamma\ell) \\ \frac{\sinh(\gamma\ell)}{Z_0} & \cosh(\gamma\ell) \end{bmatrix} \quad 5-7$$

²⁶ Damit A-Parameter Zweitore problemlos hintereinander geschaltet werden können wird hier der Ausgangsstrom I_2 im Gegensatz zu anderen Definitionen als aus dem Zweitor hinausgehend definiert.

Für die **verlustlose** Leitung mit $\alpha = 0$ und $\gamma = j\beta$ wird

$$A = \begin{bmatrix} \cos(\beta\ell) & jZ_0 \sin(\beta\ell) \\ \frac{j\sin(\beta\ell)}{Z_0} & \cos(\beta\ell) \end{bmatrix} \quad 5-8$$

Mit der Spezifikation der Laufzeit t_ℓ oder der Leitungslänge in Wellenlängen und der dazugehörigen Frequenz, kann $\beta\ell$ bestimmt werden:

$$t_\ell = \frac{\ell}{v_p} = \frac{\beta \cdot \ell}{\omega} = \frac{\ell}{\lambda \cdot f} \quad 5-9$$

5.2.2 Leitungssimulation

In SPICE kann eine verlustlose Leitung simuliert werden.

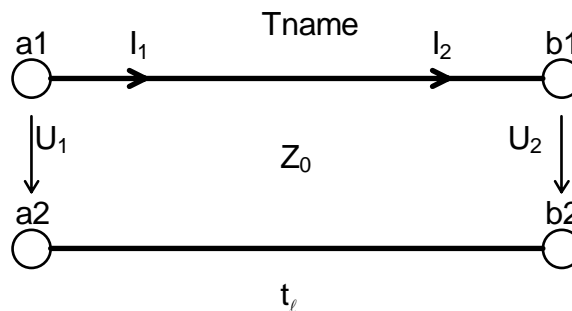


Fig. 5-2 SPICE-Modell der verlustlosen Leitung

In SPICE kann eine verlustlose Leitung simuliert werden. Sie hat die folgende Elementanweisung:²⁷

Tname a1 a2 b1 b2 Z0 = w_z < TD = w_d > oder < F = w_f > < NL = w_l >

Dem mit T beginnenden Namenfeld folgen vier Knotenfelder: a₁ und a₂ sind die Knotennummern am Leitungsanfang, b₁ und b₂ sind die Knotennummern am Leitungsende. w_z ist der Wert des Wellenwiderstandes Z₀ der Leitung in Ohm.

Die geometrische Leitungslänge ℓ_T muss in einer von zwei Formen berücksichtigt werden:

Entweder man gibt die Laufzeit TD (transmission Delay) mit ihrem Wert w_d in Sekunden an, oder man programmiert die auf die Wellenlänge λ bezogene Leitungslänge (normalized length) NL = ℓ_T/λ bei der Frequenz F : w_f ist der Frequenzwert in Hz und w_l der Wert der dimensionslosen normierten Leitungslänge.

Zwischen den drei Grössen besteht der Zusammenhang TD = NL/F. Wenn eine Frequenz ohne NL spezifiziert wird, nimmt SPICE den Ersatzwert w_l = 1/4 an, entsprechend einer $\lambda/4$ - Leitung.

²⁷ Transmission Lines finden sich auch in der Library „analog.slb“ als Part „T“ oder „TLOSSY“

Beispiele:

```
TK 1 2 3 4 Z0=50 TD=50N
TK 1 2 3 4 Z0=50 F=30MEG NL=1.5
TK 1 2 3 4 Z0=50 F=5MEG
```

In neueren PSPICE Ausgaben lässt sich TLOSSY als „Part“ abrufen.

5.3 Bergeron Diagramm

In der digitalen Übertragungstechnik werden immer schnellere Signale mit immer steileren Flanken eingesetzt. In der Regel können dabei die Leitungen als verlustlos und nicht dispersiv betrachtet werden. Aber trotzdem müssen die anderen Leitungseigenschaften wie Reflexion und Abschlüsse berücksichtigt werden. Das Bergeron-Verfahren erlaubt eine rasche graphische Abschätzung des Leitungsverhalten bei **digitalen** Signalen.

5.3.1 Geltungsbereich der Leitungstheorie

Wann muss die Leitungstheorie zur Beurteilung von elektrischen Verbindungen herangezogen werden?

Massgebend ist das Verhältnis der Anstiegszeit t_{rise} der übertragenen Signale zur Signallaufzeit t_ℓ auf der Leitung.

Für $t_r < 5 t_\ell$ muss das Übertragungsverhalten nach leitungstheoretischen Gesichtspunkten behandelt werden.

Zur Illustration dieser Aussage seien die kurzgeschlossene und die leerlaufende Leitung auf den folgenden Seiten näher betrachtet.

Rechnet man die Grenze $t_r = 5 t_\ell$ in Leitungslänge um, so ergibt sich folgende kritische Leitungslänge, oberhalb welcher der Einfluss der verteilten Leitungseigenschaften zu berücksichtigen ist

$$\ell \geq \frac{v \cdot t_r}{5} = \frac{k \cdot c}{5} \cdot t_r \quad ; \quad k = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}}$$

$$\ell_{krit} = \frac{6}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \cdot t_r \quad 5-10$$

ℓ = Länge in cm

t_r = Signalanstiegszeit in ns

ϵ_r, μ_r = Materialkonstanten des Füllmaterials

5.3.2 U - I - Diagramme

Quelle und Last einer Leitung können als Eintore dargestellt werden. Für Eintore (linear und nicht linear) kann eine U-I-Kennlinie erstellt werden:

Wenn ein Eintor Schalter (nichtlinear, diskret) enthält, wird für jeden Schalterzustand eine Kennlinie erstellt.

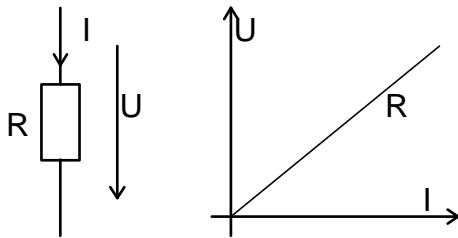


Fig. 5-3 Einfache U - I - Kennlinie

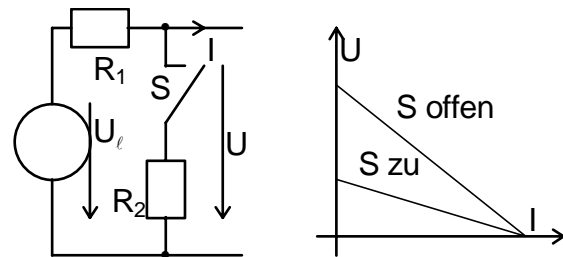


Fig. 5-4 Quellenkennlinie mit Schalter

5.3.3 Arbeitspunkteinstellungen

Werden zwei Eintore zusammenschaltet, so stellt sich der Schnittpunkt der Kennlinien als Arbeitspunkt ein. dabei ist auf eine eindeutige Richtung der Bezeichnungen der Ströme und Spannungen zu achten: bei beiden Eintoren müssen die Bezeichnungen gleichgerichtet sein!

Hat ein Eintor zwei Kennlinien (enthält z.B. Schalter) treten zwei Arbeitspunkte auf. In der Regel kann man jedem Arbeitspunkt eine Schalterstellung zuordnen.

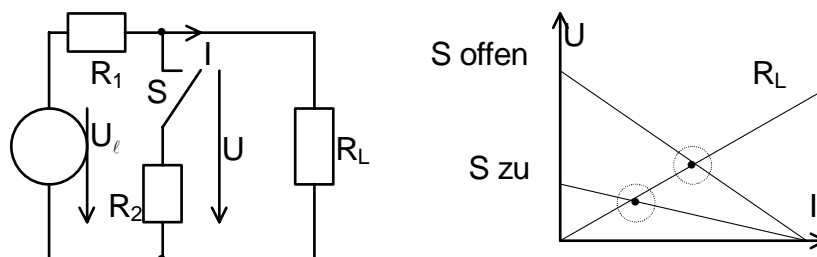


Fig. 5-5 Arbeitspunkteinstellung

Soweit die Statischen Definitionen und Festlegung der Arbeitspunkte. Die Frage stellt sich nun: Wie gehen der Strom und die Spannung am Ende und Anfang einer Leitung von einem Arbeitspunkt zum anderen?

5.3.4 Wellenausbreitung

Zwei Eintore werden mit einer Leitung, gekennzeichnet mit einem bestimmten Wellenwiderstand R_0 und einer Laufzeit t_l verbunden.

Das Bergeron-Diagramm ist die Erkenntnis, dass sich die Amplituden einer hinlaufenden Welle mit einer Linie R_0 , ausgehend von der Quell-Kennlinie zur Last-Kennlinie bestimmen lässt. Ebenso kann eine rücklaufende Welle mit einer Linie $-R_0$ bestimmt werden. Somit kann Schrittweise für jede Laufzeit die Amplituden der hin- und zurücklaufenden Amplituden und Gesamtamplituden bestimmt werden.

Zeitbereich $0 < t < t_\ell$

Wellenausbreitung von der Quelle zur Last.

Die Leitung ist an den Klemmen der Quelle von einem Widerstand der Grösse des Wellenwiderstandes nicht unterscheidbar. Die Grösse dieser Welle lässt sich graphisch bestimmen.

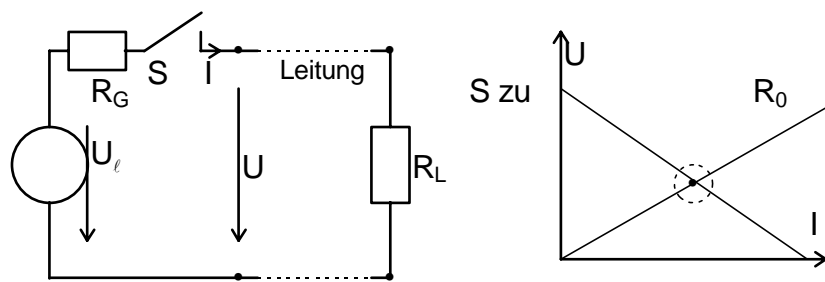


Fig. 5-6 Konstruktion der hinlaufenden Welle

Zeitbereich $t > t_\ell$

Reflexion am Abschluss: Es wird zusätzlich eine rücklaufende Welle erzeugt. Mit der Verzögerung $t_d = 2 t_\ell$ kommt eine Welle, die zur hinlaufenden Welle proportional ist zur Quelle zurück. Auch diese rücklaufende Welle kann graphisch bestimmt werden.

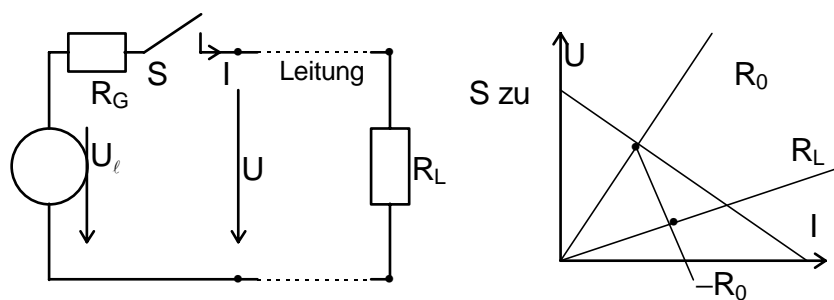


Fig. 5-7 Konstruktion der rücklaufenden Welle

Zeitbereich $t > 2 t_\ell$

Die rücklaufende Welle wird an der Quelle reflektiert und überlagert sich mit der ersten hinlaufenden Welle. Auch dieser Teil kann graphisch bestimmt werden.

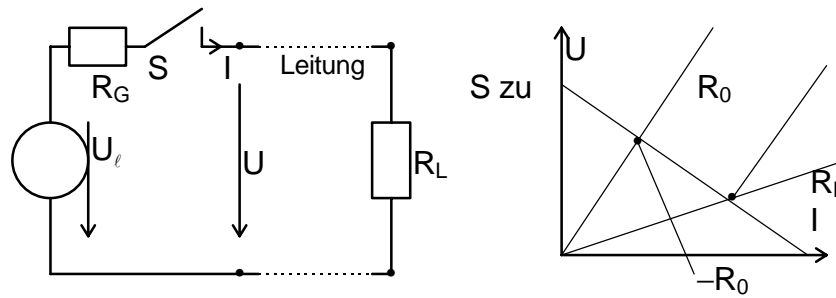


Fig. 5-8 Konstruktion der rücklaufenden Welle

5.3.5 Das Diagramm

Das Bergeron Diagramm ist die Erweiterung der vorangehenden Konstruktionen auf beliebig viele Reflexionsvorgänge an Quelle und Last für Schrittanregungen. Der Bergeron-Strahl mit Winkel $\pm R_0$ gegenüber der I - Achse startet im ausgehenden Arbeitspunkt und endet im End-Arbeitspunkt auf der Lastgeraden, der dem eingeschwungenen Zustand entspricht.

Es werden die Spannungstreppenwerte an den jeweiligen U - I Kennlinien R_G , R_L abgelesen.

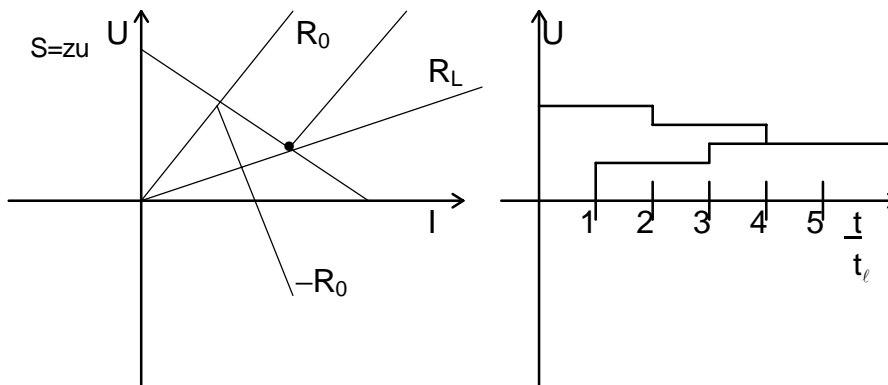


Fig. 5-9 Beispiel zum

Bergeron Diagramm Ein wesentlicher Vorteil der Bergeron Konstruktion gegenüber den analytischen Lösungen des Reflexionsproblems ist die Erweiterbarkeit auf allgemeine Quellen und Lastcharakteristiken. Quelle und Last können nichtlinear sein; es werden dann anstelle der Quellen- und Lastgeraden Ortskurven der Spannungsabhängigkeit des Quellen- bzw. Laststroms eingesetzt.

Achtung: Vorzeichen von Strom und Spannung im gewählten Pfeilsystem beachten.

Das Bergeron Verfahren ist auch auf negative Schritte (hoch -> tief) anwendbar.

5.3.6 Modellierung der Leitung

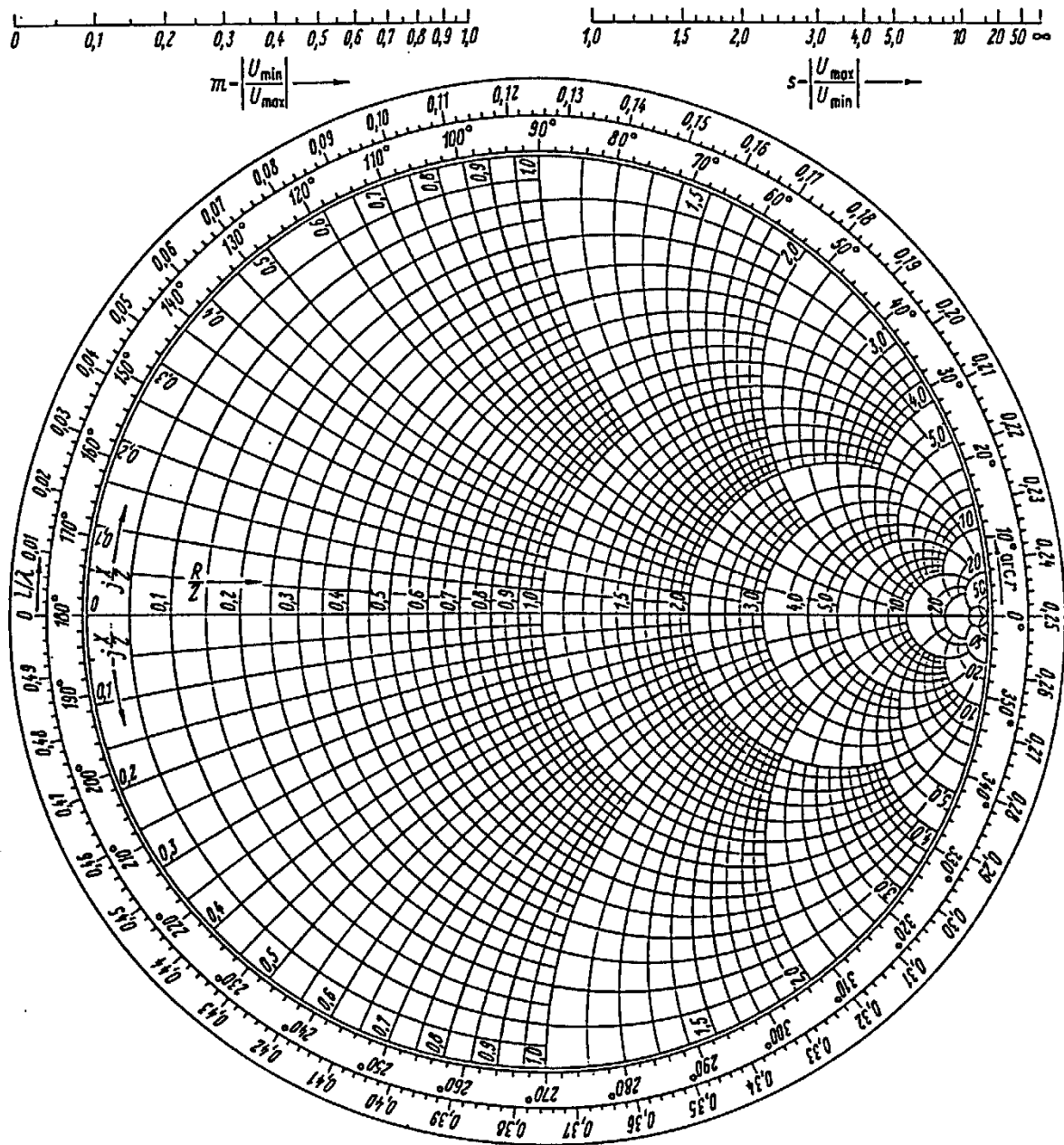
Wann wird eine Leitung als Induktivität und wann als Kapazität modelliert?

Das Verhältnis von Abschlusswiderstand/Wellenwiderstand entscheidet über den Typus der Schrittantwort.

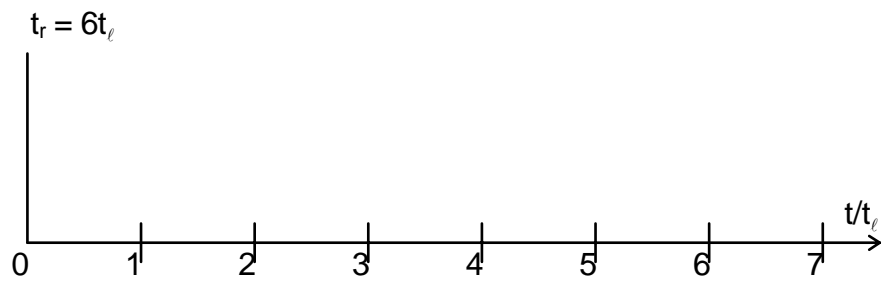
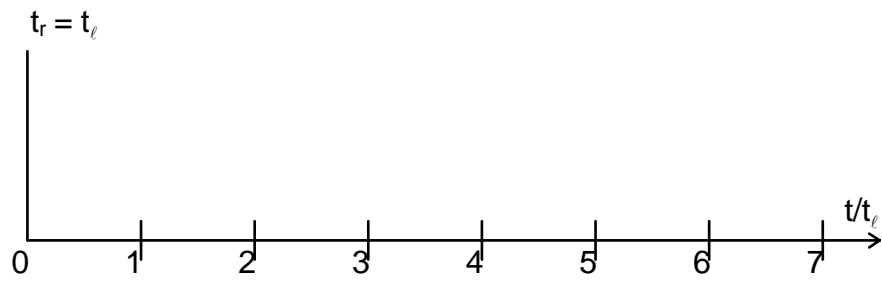
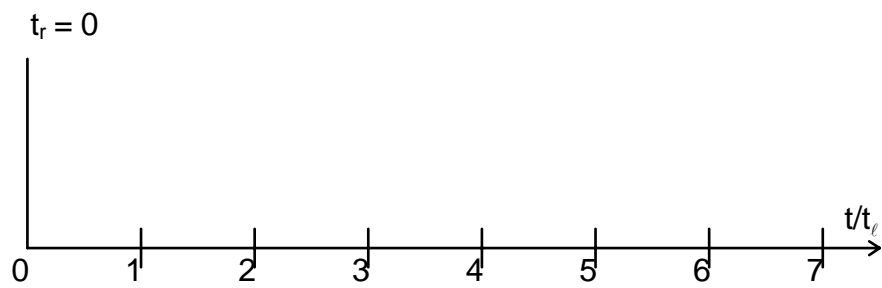
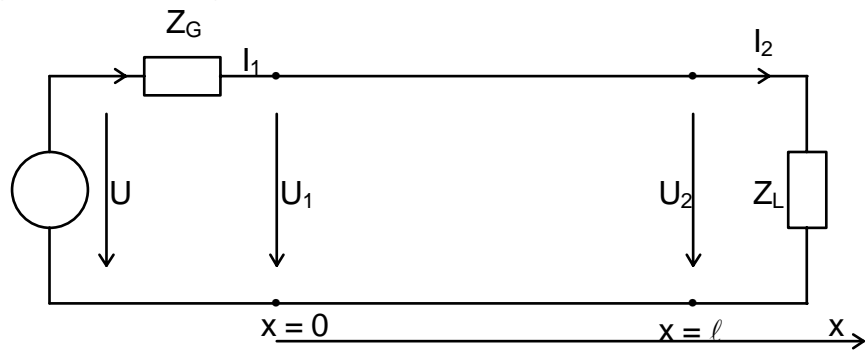
Danach verhält sich eine Leitung, die beidseitig mit einem (im Verhältnis zum Wellenwiderstand) niederohmigen Abschluss betrieben wird, wie eine Längsinduktivität, während sie im umgekehrten Fall hochohmiger Abschlüsse wie eine Quer-Kapazität wirkt. Der Nachweis kann mit Hilfe von Bergeron-Diagrammen geführt werden.

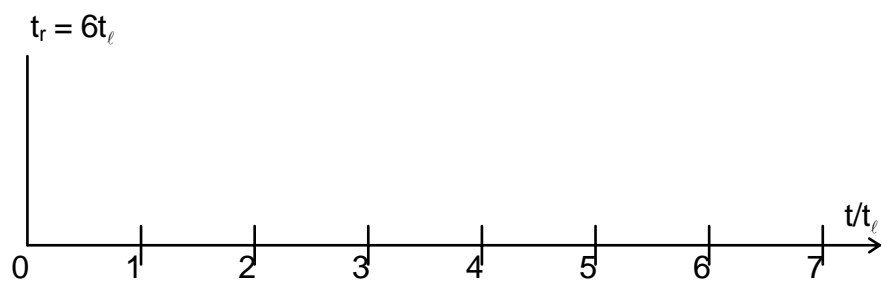
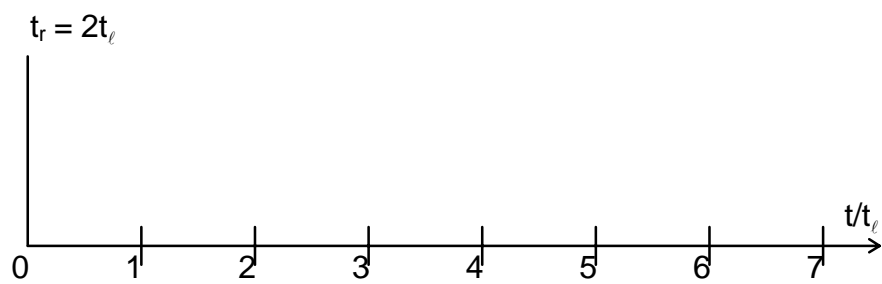
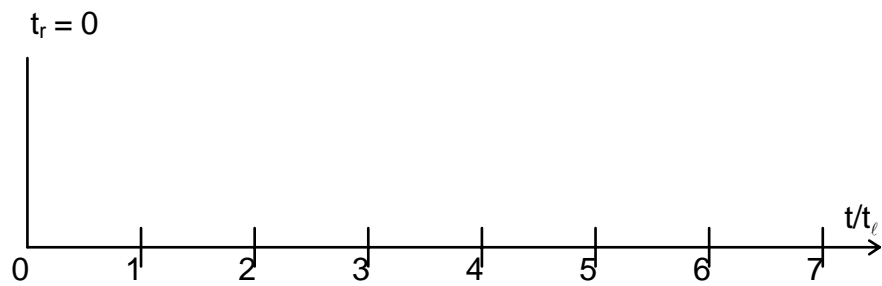
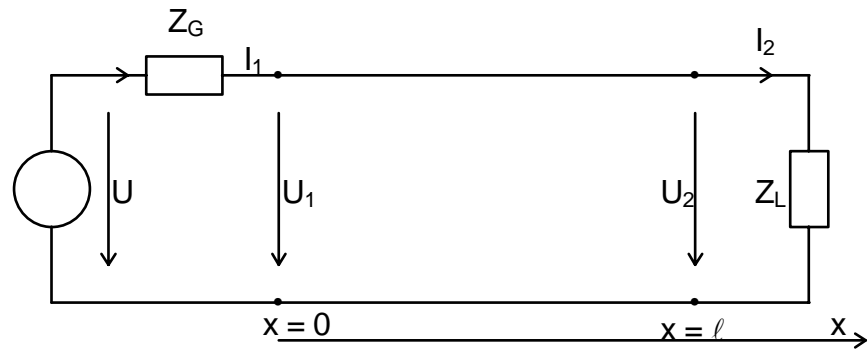
	$R_G > R_0$	$R_G = R_0$	$R_G < R_0$
$R_L > R_0$	"Kapazitiver" Charakter der Leitung	1-malige Reflexion am Abschluss	t_d durch Oszillationen begrenzt
$R_L = R_0$	Keine Reflexion	keine Reflexion	keine Reflexion
$R_L < R_0$	t_d durch Oszillationen begrenzt	1-malige Reflexion am Abschluss	"Induktiver" Charakter der Leitung

5.3.7 Smith – Chart für Übungen



5.3.8 Zu Bergeron für Übungen





6 Anhang

6.1 Technische Daten für Koaxialkabel (DG3AWL)

Daempfung in dB / 100 m

Typ	f/MHz:	10	30	50	100	145	200	400	435	500	1296	2320	3000	5000
RG-11 AU		2,2	4,0		7,5		11,0			19,0			60,0	
RG-55						16,0			29,0		52,0	77,0	90,0	127
RG-58 CU		4,6	8,0	11,0	16,3	20,0	24,0	36,0	40,0	47,0	90,0	140	180	272
RG-142 AU		7,0	9,0		14,0	15,0	20,0	28,0	30,0	35,0	49,0	72,0	95,0	128
RG-174 U		12,0	17,0		29,0	34,0	45,0	55,0	60,0	70,0	110	175	220	325
RG-188 AU		12,0	17,0		28,0	32,0	40,0		58,0	68,0	113	165	268	
RG-196 AU		22,0	27,0		43,0		62,0	95,0		102			300	
RG-213 U		2,0	3,6	4,3	6,3	8,2	9,5	14,5	15,0	17,0	26,0		55,0	89,0
RG-213 US-100		1,8	2,45	3,2		5,9			10,1		21,1			
RG-214 US		1,8	3,2	3,9	5,7	7,6	9,0	13,0	13,5	15,0	23,5		45,0	
RG-223 U		4,0	7,0		13,0	18,5	20,0	30,0	34,0	38,0	60,0	85,0	100	151
RG-316 U		12,0	17,0		28,0	32,0	40,0		58,0	68,0	113	165	268	
H100			2,1	2,8		4,9			8,8		16,0	23,0		
H155		3,1	3,4	6,5	9,4	11,2			19,8	21,9	34,9			
H500		1,3		2,9	4,1			8,7			17,4	24,1		
H2000		1,0	2,0	2,7		4,8			8,5		15,7	21,8		34,8
Aircom-plus		0,9			3,3	4,5		7,4	7,5		14,5	21,5	25,0	34,1
Aircell-7			3,7	4,8	6,9	7,9			14,1		26,1			
CF1/4"Cu2Y			2,5			5,5			9,0		18,0			
CF3/8"Cu2Y			1,6			3,8			6,5		13,0	16,0		
CF1/2"Cu2Y			1,2			3,0			5,6		10,0			
CF5/8"Cu2Y			1,0			2,5			4,0		7,2	10,0		
TU-165							29,0	41,0						120
TU-300							17,0	25,0						75
TU-545							9,0	14,0						45
4/S-60		2,0	4,0		7,0					19,0				
60-7-2		2,0			7,0		10,0			17,0				

maximale Leistung in Watt bei:

Typ	f/MHz:	10	30	50	100	145	200	400	435	500	1296	2320	3000	5000
RG-11 AU							420	300						95
RG-55		Belastbarkeit wie RG-223 U												
RG-58 CU		550			240	125	100	90		49	31	30	20	
RG-142 AU		3200			1500			850		460	320		175	
RG-174 U		200			95	57	42			30	18	13		
RG-188 AU		550			380			260		130	90		75	
RG-196 AU						85	57						18	
RG-213 U		2000			800	420	300	290			100		95	65
RG-213 US-100		2000			800	440	420	400		220	140			70
RG-214 US		2000			800	440	420	400		220	140			70
RG-223 U		950			300			200		100	68			40
RG-316 U		550			380			260		130	90			75
H100		2100			1000			530		300				
H155		Belastbarkeit wie RG-58 CU												
H500		Belastbarkeit wie H100												
H2000		7600			1600									
Aircom-plus		Belastbarkeit wie H100												
Aircell-7		2960		850						190				
CF1/4"Cu2Y		2700			1200			750		400				
CF3/8"Cu2Y		4700			2800			1200		680	520			
CF1/2"Cu2Y		6400			2800			1600		850				
CF5/8"Cu2Y		9000			4000			2300		1350	950			
TU-165							170	110						32
TU-300							660	450						150
TU-545							1700	1200						370

sonstige Angaben:

Typ	Wellen- wider- stand pF/m V _k			Diel. Schirm.	Abmessungen inn./Diel./aus.			Biege- radius	Widerstand DC/1000m			
	kg%	inn./auss.	inn./auss.		inn./auss.	inn./auss.	inn./auss.					
RG-11 AU	75	67	0,66	PE	60dB	1,2	7,3	10,3	50mm	13,9	22	4,1
RG-55 (+/-2%)	53,3	94	0,66	PE	100%	0,9	3,0	5,3	30mm	5,0		
RG-58 CU	50	101	0,66	PE	60dB	0,9	2,95	5,0	25mm	4,0	39	13,5
RG-142 AU	50	95	0,7	PTFE	80dB	0,95	2,95	4,95				
RG-174 U	50	101	0,66	PE	55dB	0,50		2,5				
RG-188 AU	50	95	0,7	PTFE		0,51		2,7				
RG-196 AU	50	95	0,7	PTFE		0,3		1,9				
RG-213 U	50	101	0,66	PE	60dB	2,25	7,25	10,3	100mm	15,3	6	4,1
RG-213 US-100	50	101	0,66	PE	60dB	2,25	7,25	10,3	90mm	15,5	6	4,1
RG-214 US	50	101	0,66	PE	80dB	2,25	7,25	10,8			6	
RG-223 U	50	101	0,66	PE	80dB	0,9	2,95	5,3				
RG-316 U	50	95	0,7	PE		0,51		2,5				
H100	50		0,84	PE/Luft	100%	2,5	6,9	9,8	150mm	11,0		
H155	50	100	0,79	PE/Cell	100%	2,5	3,9	5,4	35mm	3,9	1,5	1,7
H500	50	82	0,81	PE/Cell	80db	2,5	7,0	9,8	75mm	10,7		
H2000	50	80	0,83					10,3				
Aircom-plus	50	84	0,84	PE/Luft	100%	2,7	7,2	10,3	100mm	15,0		
Aircell-7	50	74	0,83	PE/Luft	100%	1,85	5,0	7,3	25mm	7,2	,86	,85
CF1/4"	50			Schaumst	100%			8,0				
CF3/8"	50			Luft	100%			15,0				
CF1/2"	50			Schaumst	100%			15,9				
CF5/8"	50			Luft	100%			23,0				
TU-165	50	95	0,7	PTFE	100%	0,51		2,19				
TU-300	50	95	0,7	PTFE	100%	0,93		3,58				
TU-545	50	95	0,7	PTFE	100%	1,63		6,35				
4/S-60	60	75	0,77	PE-Cell	50dB	1,4	4,9	7,0	60mm	59	12	11
60-7-2	60	85	0,66	PE		1,5	6,6	8,8				

sonstige Angaben:

Typ	Innenleiter	Schirm
RG-11 AU	7x0,4 Cu, extrudiert	Cu, ausgeglueht 75 Ohm !
RG-55	1x0,9 Cu, verzinnt	Cu, verzinnt doppelt geschirmt
RG-58 CU	19x0,18 Cu, extrudiert	Cu, verzinnt
RG-142 AU	1x0,99 St/Cu, versilb.	Cu, versilbert doppelt geschirmt
RG-174 U	7x0,16 St/Cu, ausgegl.	Cu, verzinnt
RG-188 AU	7x0,17 St/Cu, versilb.	Cu, versilbert
RG-196 AU	7x0,1 St/Cu, versilb.	Cu, versilbert
RG-213 U	7x0,75 Cu, ausgeglueht	Cu, ausgeglueht MIL
RG-213 US-100	7x0,75 Cu, ausgeglueht	Cu-Folie+Cu-Geflecht MIL-C-17
RG-214 US	7x0,75 Cu, versilbert	Cu, versilbert doppelt geschirmt
RG-223 U	1x0,9 Cu, versilbert	Cu, versilbert doppelt geschirmt
RG-316 U	7x0,17 St/Cu, versilb.	Cu, versilbert
H100	1x2,5 Cu, blank-weich	Cu-Folie+Cu-Geflecht blank
H155	19x0,28 Cu, blank-weich	Alu-Folie + verz. Cu-Geflecht
H500	1x2,5 Cu, blank-weich	Cu-Folie+Cu-Geflecht blank
Aircom-plus	1x2,7 Cu, blank-weich	Cu-Folie+Cu-Geflecht blank
Aircell-7	19x0,37 Cu, blank-weich	Cu-Folie+Cu-Geflecht blank
CF1/4"Cu2Y	1x	Cell-Flex
CF3/8"Cu2Y	1x	Cell-Flex
CF1/2"Cu2Y	1x	Cell-Flex
CF5/8"Cu2Y	1x	Cell-Flex
TU-165	1x0,51 Cu, versilbert	Cu, Rohr, blank Semi-Rigid
TU-300	1x0,93 Cu, versilbert	Cu, Rohr, blank Semi-Rigid
TU-545	1x1,63 Cu, versilbert	Cu, Rohr, extrudiert Semi-Rigid
4/S-60	1x1,4 Cu, versilbert	Cu, 60 Ohm !
60-7-2	1x1,5 Cu, ausgeglueht	Cu, ausgeglueht 60 Ohm !

Angaben ohne Gewaehr

6.2 Ergänzende Artikel

6.2.1 Impulsreflektometer

Grundlagen, Schaltung und Aufbau:

Generator für Impulsreflektometer (1)

Stefan Steger, DL7MAJ

Dieser Impulsgenerator mit seiner sehr geringen Anstiegszeit bildet in Verbindung mit einem breitbandigen Oszilloskop ein Impulsreflektometer für Laufzeitmessungen, die Bestimmung von Fehlanpassungen und Reflexionsstellen in Leitungssystemen und die Untersuchung von Bauteilen.

Wegen seiner Breitbandigkeit ist ein Impulsreflektometer die ideale Ergänzung zu einer Impedanzmeßbrücke oder einem SWR-Meter.

Zuerst: die Wirkungsweise

Ein Impulsreflektometer arbeitet breitbandig im Zeitbereich (time-domain). Impedanzmeßbrücken, Stehwellenmeßgeräte und Rauschbrücken sind hingegen nur in bestimmten Frequenzbereichen anwendbar. Die prinzipielle Wirkungsweise eines Impulsreflektometers (TDR, Time Domain Reflectometer) ist in [1] und [2] beschrieben: Es sendet einen kurzen Impuls in die Leitung und stellt die Echos dar. Diese entstehen an Stellen, wo es zu Fehlanpassungen kommt und erscheinen nach der doppelten Laufzeit wieder am TDR-Generator. Aus Art und Lage der Echos kann auf die Stoßstelle geschlossen werden. Nur bei breitbandig idealer Anpassung treten keine Echos auf. In **Bild 1** ist die typische praktische Meßanordnung mit dem TDR gezeigt. In **Bild 2** sind einige grundsätzliche Fälle aus der Meßpraxis zusammengestellt. Solche und andere Beispiele wurden in [3], [4] und [5] näher beschrieben.

Anforderungen an Generator und Oszilloskop

Wegen der hohen Ausbreitungsgeschwindigkeit in Leitungen von 0,15...0,25 m/ns (Lichtgeschwindigkeit \times Verkürzungsfaktor) müssen Impuls und Oszilloskop eine sehr geringe Anstiegszeit haben. Bei einer gewünschten Auflösung von einem Meter muß diese ca. 5 ns betragen. Anstiegszeit und Bandbreite sind indirekt proportional. Für 5 ns sind mindestens 60 MHz erforderlich. Um Fehlanpassungen bis in den VHF-Bereich zu erfassen, sind Bandbreiten über 100 MHz entsprechend Anstiegszeiten unter 3 ns für Generator und Oszilloskop notwendig. Das Überschwingen des Generatorausgangssignals sollte so gering als möglich sein

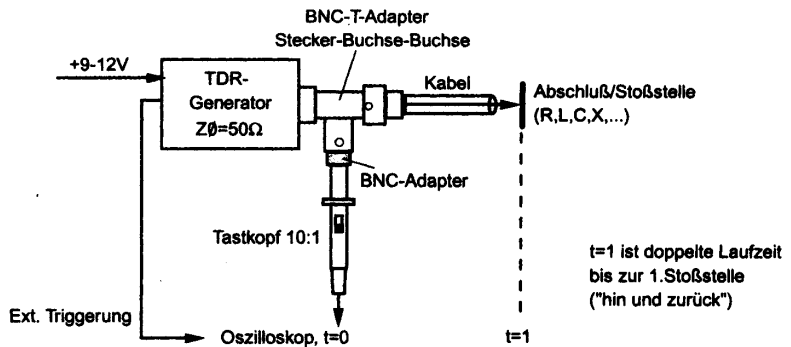


Bild 1: Meßaufbau mit dem TDR-Generator

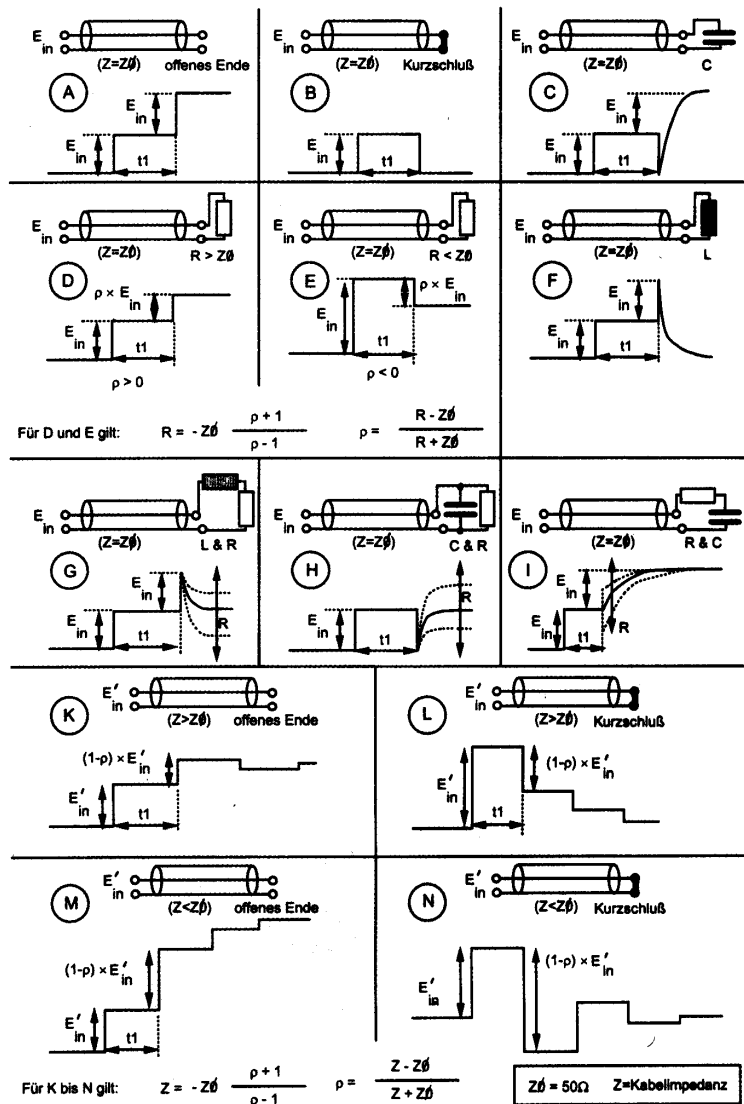


Bild 2: Typische Meßsituationen und die sich ergebenden Abbildungen

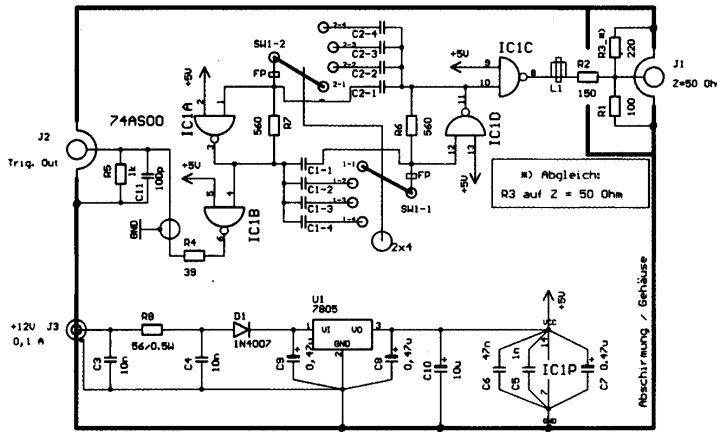


Bild 3: Schaltung des Generators einschließlich der Abschirmung. Mit SW1 werden dekadisch Frequenzen von 10 kHz bis 1 MHz gewählt

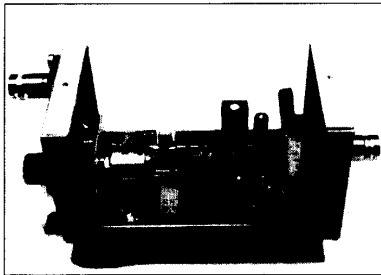


Bild 5: Blick in ein funktionsfähiges Muster

(max. 15 %). Der Generatorinnenwiderstand muß möglichst genau 50 Ω betragen und reell sein.

Weil es gilt, eine sehr geringe Zeit zu messen, ist – insbesondere für eine ausreichende Bildhelligkeit bei analogen Oszilloskopen – eine hohe Bildwiederholfrequenz (bis zu 1 MHz) erforderlich. Für Vorgänge mit größeren Eigenzeiten (Umladung von L und C) muß sie stufenweise auf 1 kHz reduzierbar sein.

Das Tastverhältnis sollte 0,5 betragen, damit sich für beide Flanken die gleiche Einschwingzeit ergibt und mit der maximalen Wiederholfrequenz gearbeitet werden kann.

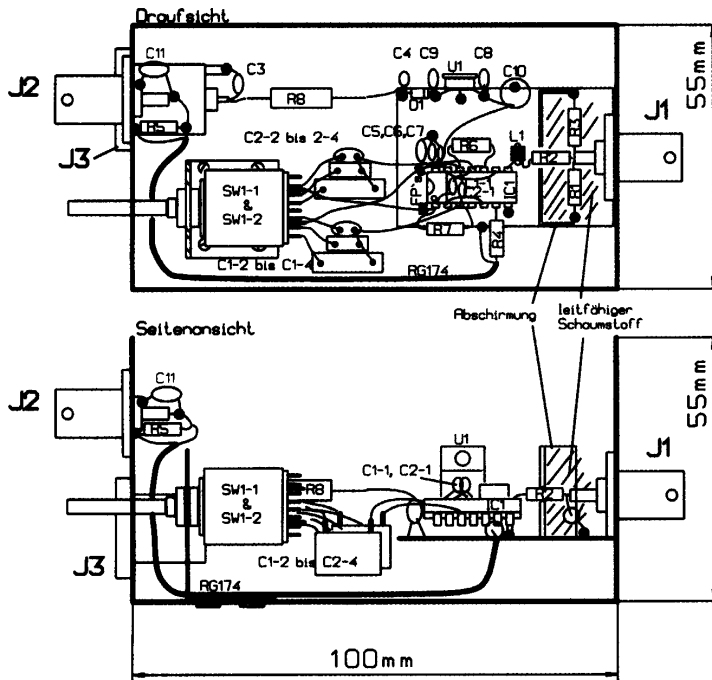


Bild 4: Detaillierte Aufbauzeichnung; die Platine mit der Elektronik wird von unten an die mit vier Senkschrauben und Muttern befestigte Ausgangsbuchse gelötet

Um Zerstörungen z. B. bei Antennenvorverstärkern zu vermeiden, sollte die Leerlauf-Ausgangsspannung nicht mehr als $1 V_{SS}$ betragen. Ein bestimmter, genauer Wert ist nicht notwendig, da nur im Zeitbereich gemessen wird oder Spannungsverhältnisse bestimmt werden.

Ein unabhängiger Triggerausgang erleichtert die Darstellung eines stehenden Bildes unabhängig von der durch das Echo entstehenden Impulsform und -amplitude am Generatorausgang.

Schaltung und Aufbau

Diese Daten können einfach und preiswert mit einem IC 74AS00 in Advanced-Schottky-Technik erreicht werden (Bild 3). Die Low-Power-Varianten dieses ICs (LS, ALS) sind wegen ihrer Anstiegszeiten um 10 ns nicht geeignet!

Die Gatter 1A und 1D arbeiten als Gegentaktoszillator mit einstellbarer Frequenz und liefern, im Gegensatz zu dem sonst üblichen „TTL-Multivibrator“, ein Tastverhältnis von 0,5. Zur Vermeidung parasitärer Schwingungen im MHz-Bereich sind die Kondensatoren C1-1 und C2-1 fest angeschlossen und nicht über den Frequenzwählschalter geführt. Zusätzlich empfehlen sich zwei Ferritperlen.

Gatter 1C stellt die Impulsformerstufe dar und erreicht eine Anstiegszeit von ca. 1 ns. Der Innenwiderstand von IC1 am Pin 8 beträgt ca. 30 Ω. R1, R2 und R3 sorgen für 50 Ω Ausgangswiderstand und ca. $1 V_{SS}$ Leerlauf-Ausgangsspannung. Eine Abschirmung des Ausgangs verhindert kapazitive Kopplung. L1 unterbindet Überschwinger im Ausgangssignal und muß experimentell optimiert werden.

Gatter 1B liefert das Triggersignal, R5 und C11 runden es gewissermaßen etwas ab und ermöglichen wegen der Vermeidung von Überschwängern auch im Trigger-Automatikmodus vieler Oszilloskope ein jitterfreies Bild. Schaltungsbedingt erscheint das Triggersignal invers zum Ausgangssignal, was in der Praxis keine Rolle spielt.

Die Stromversorgung erfolgt über einen Standard-Regler +5 V, der mit C8...10 abgeblockt wird.

Wegen des kompakten Aufbaus und der wenigen Bauelemente ist keine Platine erforderlich. Der Aufbau erfolgt HF-gerecht in freier Bauweise auf einer verzinneten Grundplatte und mit kürzester Leitungsführung insbesondere im Ausgangsbereich (Bild 4 und 5).

Das IC wird durch seinen Masseanschluß und die Abblockkondensatoren an Pin 14 gehalten. Die restlichen Pins werden kurz abgezwickelt und direkt verdrahtet. Wegen der leichteren Montage ist die Ausgangsbuchse direkt mit der Grundplatte verlötet und von hinten in das Gehäuse eingeschraubt.

Bei den Mustergeräten hat sich zusätzlich eine Abschirmung des Ausgangsbereichs mit leitfähigem Schaumstoff bewährt, der die Überschwinger zusätzlich zu L1 weiter reduziert, hat ohne die Anstiegszeit spürbar zu vergrößern. Mit kleinen Stücken des Schaumstoffs wird der Raum gefüllt.

6.2.2 Vorgänge auf HF - Leitungen

Sichtbar gemacht mit PSPICE:

Vorgänge auf HF-Leitungen

Lorenz Borucki, DL8EAW

Das Übertragungsverhalten von HF-Leitungen ist kompliziert, seine mathematische Beschreibung und deren Interpretation ebenfalls. Mit dem Simulationsprogramm PSPICE kann man es jedoch sehr gut darstellen und dadurch besser verstehen.

Es gibt eine Fülle von Veröffentlichungen zu Vorgängen bei der Übertragung auf HF-Leitungen. Leider sind nicht alle fehlerfrei. Ein sehr guter Beitrag ist [1]. Das sonst bei der „Wahrheitssuche“ so probate Messen ist bei HF-Leitungen schwierig. Doch nun gibt einen anderen und dazu noch sehr eleganten Weg, um an „Meßergebnisse“ zu gelangen.

Das Programm PSPICE

Seit einiger Zeit existieren Programme, mit denen man elektrische Schaltungen auf dem Computer simulieren und analysieren kann. Eines davon ist PSPICE, in der Windows-Version der MicroSim Corporation ein äußerst leistungsfähiges und bedienerfreundliches Programmpaket. Es besteht neben dem ei-

gentlichen Programm im wesentlichen aus dem Schaltplaneditor „Schematics“ mit seiner reichhaltigen Bauteilebibliothek einschließlich einer verlustlosen und einer verlustbehafteten Leitung sowie dem Postprozessor „Probe“ zur grafischen Ausgabe der Simulationsergebnisse.

Damit kann man gewissermaßen im Computer Experimente und Messungen ausführen und die Ergebnisse, gegebenenfalls mathematisch aufbereitet, grafisch darstellen. Eine kostenlose Demoversion, die frei kopiert werden darf, wurde für diesen Beitrag verwendet. Eine gute Einführung in das Programm bietet [2].

Interessante Erkenntnisse schon am Ideal

Als erstes Beispiel soll das Übertragungsverhalten einer verlustlosen Leitung behandelt werden. In **Bild 1** ist ein 50-Ω-Generator für 3,6 MHz über eine Leitung mit 50 Ω Wellenwiderstand und der elektrischen Länge $\lambda/2$ (normierte Länge NL = 0,5) mit dem Lastwiderstand 50 Ω verbunden.

Das Ergebnis der Transienten-Analyse zeigt **Bild 2** in Form der Spannungen an den Punkten 1 bis 3. An Punkt 1 liegt die Generator-Urspannung, die normalerweise nicht meßbar ist. Man sieht, daß die Spannung am Eingang der Leitung vom ersten Augenblick an nur halb so groß ist wie diese. Der Eingangswiderstand einer mit dem Wellenwiderstand abgeschlossenen Leitung ist bekanntlich

gleich dem Wellenwiderstand, so daß die halbe Ursprungsspannung über dem Innenwiderstand abfällt.

Am Ende der Leitung erscheint für eine halbe Periodendauer nach Einschalten noch keine Spannung. Ursache ist die Laufzeit durch die Leitung NL/f . Aus gleichem Grund ist die Ausgangsspannung auch phasenverschoben gegenüber der Eingangsspannung, hier um 180° .

Sieht die Leitung am Ausgang nicht ihren Wellenwiderstand, dann bilden sich stehende Wellen auf ihr aus, was die Spannungen gegenüber Leistungsanpassung verändert. **Bild 3** zeigt die Verläufe bei $R_a = 150 \Omega$. Die Amplitude der Ausgangsspannung beträgt nun 75 V. Die Eingangsspannungsamplitude erreicht in der ersten Periode nach dem Einschalten 50 V, danach 75 V. Ursache dafür ist die am Leitungsende reflektierte Spannung, die sich nach Rücklauf durch die Leitung zur Eingangsspannung addiert. Diese Addition setzt also ein, wenn nach dem Einschalten die Laufzeit zweimal verstrichen ist.

Beim Spannungsreflexionsfaktor $r_v = (R_a - Z)/(R_a + Z) = (150 \Omega - 50 \Omega)/(150 \Omega + 50 \Omega) = 0,5$

werden 50 % der hinlaufenden Spannung, also 25 V reflektiert.

Hin- und rücklaufende Spannung kann man ebenfalls grafisch darstellen, weil sich die Simulationsergebnisse vor ihrer Ausgabe mathematisch aufbereiten lassen. **Bild 4** zeigt diese Verläufe. Sie errechnen sich aus der Leitungsspannung U_l , dem Leitungsstrom I_l und dem Wellenwiderstand Z nach [3] zu

$$U_h = 0,5 \times (U_l + Z \times I_l)$$

und

$$U_r = 0,5 \times (U_l - Z \times I_l).$$

Am Leitungsanfang muß U_2 statt U_l und $I(R_1)$ statt I_l gesetzt werden. Damit erhält man die in **Bild 5** gezeigten Spannungen. Man sieht, daß die Leitungsspannung stets gleich der Summe aus hinlaufender und rücklaufender Spannung ist.

Bild 6 zeigt die hin- und rücklaufenden Ströme sowie den Gesamtstrom am Leitungsanfang. Man erkennt im Vergleich mit **Bild 5**, daß der reflektierte Strom I_{r2} gegenphasig zur reflektierten Spannung U_{r2} ist. Der Gesamtstrom I_2 am Leitungsanfang ist bis zum Eintreffen dieses Stroms gleich dem hinlaufenden Strom I_{h2} . Danach geht er auf die Hälfte

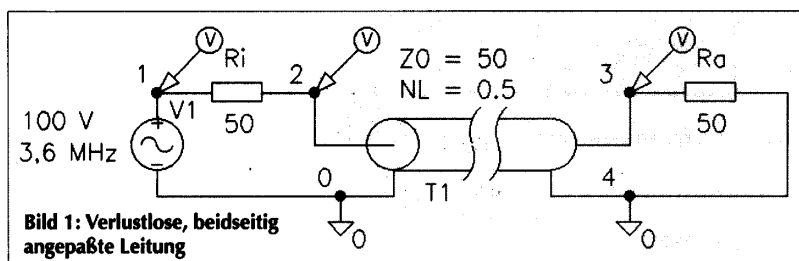


Bild 1: Verlustlose, beidseitig angepaßte Leitung

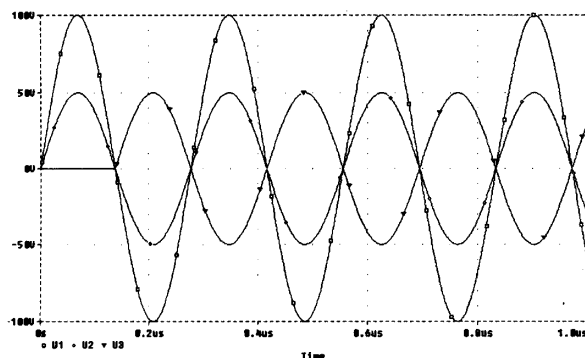


Bild 2: Spannungen an den Punkten 1 bis 3 bei Anpassung

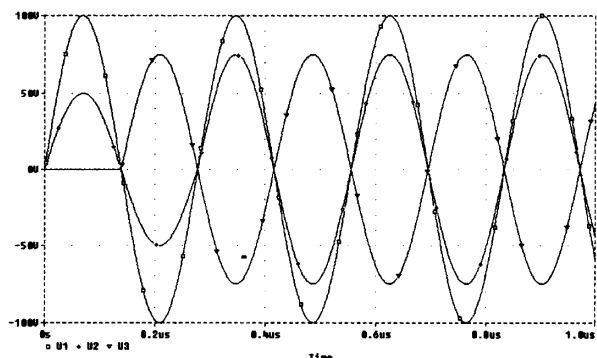


Bild 3: Spannungen an den Punkten 1 bis 3 bei $R_a = 150 \text{ W}$

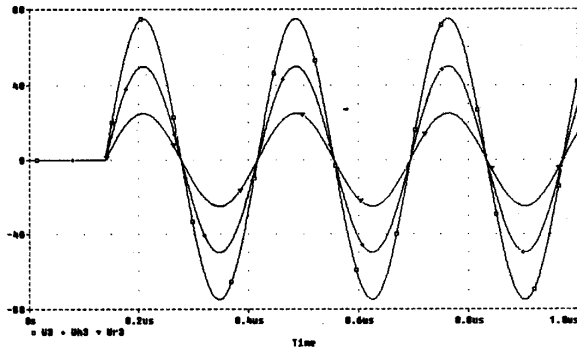


Bild 4: Hin- und rücklaufende Spannung addieren sich am Kabelausgang zur größeren Gesamtspannung

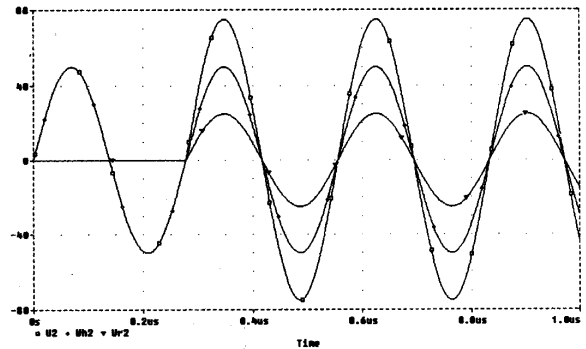


Bild 5: Nach dem Einschwingen addieren sich auch am Kabelanfang hin- und rücklaufende Spannung

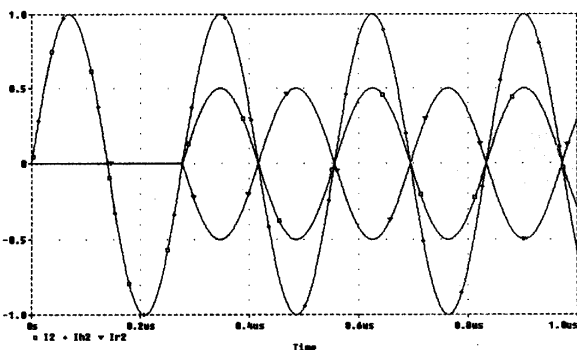


Bild 6: Hin- und rücklaufender Strom am Kabelanfang ergeben infolge Phasenverschiebung einen kleineren Gesamtstrom

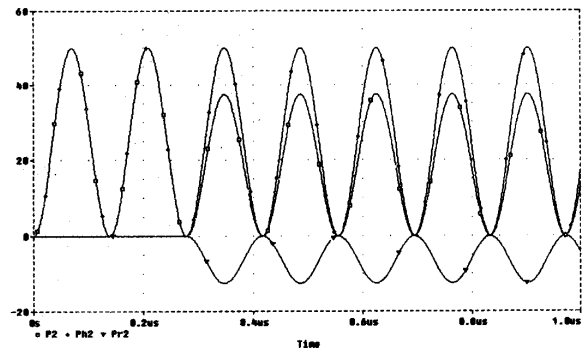


Bild 7: Die Summe von vor- und rücklaufender Leistung bildet die Gesamtleistung am Kabelanfang

zurück, denn er entspricht der Summe von I_{h2} und I_{r2} ; im vorliegenden Fall ist I_{r2} aber negativ. Aus den hin- und rücklaufenden Spannungen und Strömen resultieren ebensolche Leistungen, deren Augenblickswerte jedoch mit der doppelten Frequenz schwanken, wie die folgende Rechnung zeigt:

$$p(t) = u(t) \times i(t) = (\hat{u} \sin \omega t) \times (\hat{i} \sin \omega t) = \hat{u} \times \hat{i} \times (\sin^2 \omega t) = \hat{u} \times \hat{i} \times 0,5(1 - \cos 2 \omega t)$$

In **Bild 7** sind die Verläufe dieser Leistungen dargestellt. Zunächst fällt auf, daß die reflektierte Leistung P_2 negativ ist. Dies ergibt sich rein rechnerisch so, weil der reflektierte Strom stets gegenphasig zur reflektierten Spannung ist. Es handelt sich trotzdem um eine Wirkleistung (Blindleistung hat immer den Mittelwert 0!), die in der Leitung verbleibt. Für zwei Laufzeiten ist die vom Generator gelieferte und in die Leitung hineinfließende Leistung P_2 gleich der hinlaufenden Leistung P_{h2} (25 W). Mit dem Eintreffen der reflektierten Leistung am Leitungsanfang sinkt die vom Generator gelieferte Leistung P_2 um den Wert der reflektierten Leistung P_{r2} (6,25 W) auf 18,75 W. Die hinlaufende Leistung wird durch die reflektierte Leistung jedoch nicht verändert; sie bleibt konstant 50 W, denn die an R_3 abgegebene Leistung P_3 (s. Bild 7) sowie die reflektierte Leistung $P_{r3} = P_2$ ändern sich nicht.

Aus allem ergibt sich nun, daß die reflektierte Leistung nicht verloren geht, sondern den Generator beim Liefern der hinlaufenden Lei-

stung P_{h2} unterstützt. In diesem Zusammenhang von Re-Reflexion, also Rück-Reflexion zu sprechen, wie z. B. in [4] geschehen, ist jedoch falsch. Denn Reflexionen entstehen nur an Stellen mit Impedanzänderungen. Am Leitungsanfang liegt aber mit $R_1 = Z$ Anpassung vor.

Bild 8 zeigt noch die vom Generator gelieferte Leistung, die in die Leitung hinein fließende Leistung sowie die an den Lastwiderstand abgegebene Leistung. Erstere wird in R_1 und R_3 verbraucht. Interessant ist, daß die Generatorleistung zu Beginn für die Dauer von zwei Laufzeiten doppelt so hoch ist wie anschließend. Dieser Leistungsanteil lädt gewissermaßen die Leitung auf, verbleibt in ihr und wird erst nach dem Abschalten verbraucht.

Die leidigen Verluste

Nun sollen an einer realen fehlabgeschlossenen Leitung Stehwellenverhältnis und Verluste ermittelt werden. Dazu wurde ein 9,65 m

langes RG58C/U-Kabel bei 144 MHz nachgebildet, wobei auch die Leitungsbeläge eingegeben werden müssen (s. **Bild 9**).

Das Stehwellenverhältnis errechnet sich aus hin- und rücklaufender Spannung: $S_{WV} = (\hat{U}_h + \hat{U}_r) / (\hat{U}_h - \hat{U}_r) = U_{max} / U_{min}$

Bild 10 zeigt die beiden Spannungen am Leitungsende. Ein Oszilloskop würde ihre Summe abbilden. Als Scheitelwerte findet man (über ein Tool in „Probe“) 40,13 V und 20,04 V. Damit ist das Stehwellenverhältnis am Leitungsende

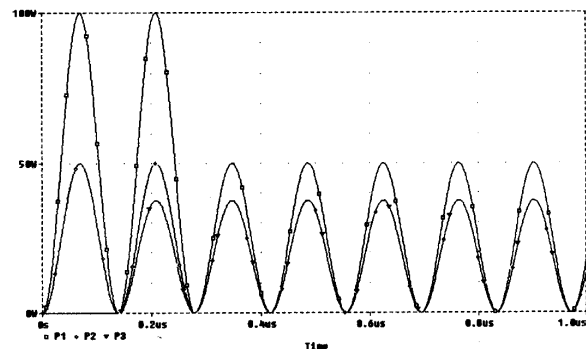
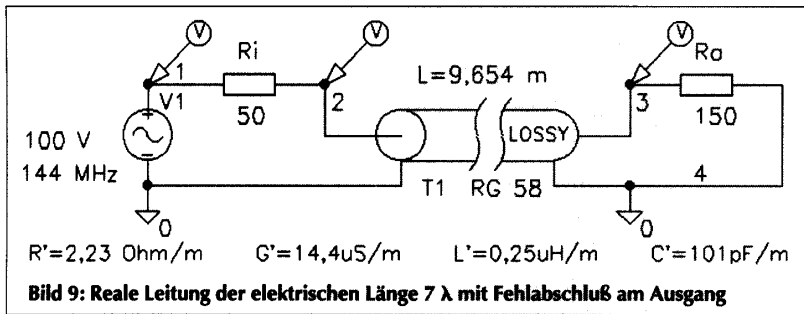


Bild 8: Die bereits in Bild 7 gezeigte Gesamtleistung am Kabelanfang zusammen mit der „Urleistung“ und der Gesamtleistung am Kabelausgang



auf. Bei Anpassung betragen die Spitzenleistungen nämlich 50 W und 32,2 W, so daß man das gleiche Ergebnis wie mit den Spannungen erhält.

Danken möchte ich DK5QS, Dr. Rudolf Kaločay, für die kritische Lektüre und die Hinweise zur Optimierung dieses Beitrags.

**Prof. Dipl.-Ing.
Lorenz Borucki, DL8EAW
Wielandstr. 2
47877 Willich
Tel. (0 21 54) 41 47 97**

$SWV_3 = (40,13 \text{ V} + 20,04 \text{ V}) / (40,13 \text{ V} - 20,04 \text{ V}) = 3$

Für den Leitungsanfang erhält man aus **Bild 11** die Werte 50 V und 16,08 V und damit dort das Stehwellenverhältnis $SWV_2 = (50 \text{ V} + 16,08 \text{ V}) / (50 \text{ V} - 16,08 \text{ V}) = 1,95$.

Das Stehwellenverhältnis ist also am Leitungsanfang kleiner als am Leitungsende. Der Grund hierfür ist die Dämpfung der Leitung. Sie kann aus den Amplituden der hin- oder der rücklaufenden Spannung am Anfang und am Ende der Leitung berechnet werden. Im ersten Fall ergibt sich $D = 20 \times \log (\hat{U}_{r2} / \hat{U}_{h3}) = 20 \times \log (50 \text{ V} / 40,13 \text{ V}) = 20 \times 0,0955 = 1,91 \text{ dB}$.

Dasselbe Ergebnis erhält man mit den rücklaufenden Spannungen: $D = 20 \times \log (\hat{U}_{r3} / \hat{U}_{r2}) = 20 \times \log (20,04 \text{ V} / 16,08 \text{ V}) = 20 \times 0,0956 = 1,91 \text{ dB}$.

Bild 12 zeigt die Generator-„Urleistung“ sowie die Leistungen an Anfang und Ende der Leitung. Der Scheitelwert von P_2 ist 44,84 W, der von P_3 24,18 W. Errechnet man aus die-

sen Werten die Dämpfung, die die Leistung erfährt, so erhält man $D = 10 \times \log (P_2 / P_3) = 10 \times \log (44,84 \text{ W} / 24,18 \text{ W}) = 10 \times 0,268 = 2,68 \text{ dB}$. Die Abweichung von 0,77 dB gegenüber dem aus den Spannungen erzielten Ergebnis beruht auf dem Stehwellenverhältnis der Leitung. Durch die Dämpfung der Leitung wird nämlich die rücklaufende Welle ebenfalls gedämpft, so daß am Leitungsanfang weniger reflektierte Leistung zur Unterstützung der hinlaufenden Leistung zur Verfügung steht als ohne Dämpfung. Zusätzliche Dämpfung tritt aber nur bei Fehlanpassung

Literatur

- [1] Janzen, Gerd: Die Geheimnisse der Hochfrequenzleitung, UKW-Berichte 3/97, S. 157...177
- [2] Duyan/Hahnloser/Traeger: Pspice für Windows, 2. Aufl. 1996, Teubner Stuttgart
- [3] Borucki, Lorenz: Wie funktionieren Stehwellenmeßgeräte? CQ DL 1/98, S. 25...27
- [4] Bruene, Warren: Reflected Power Stays In The Coax, CQ 1/95, S. 13...17

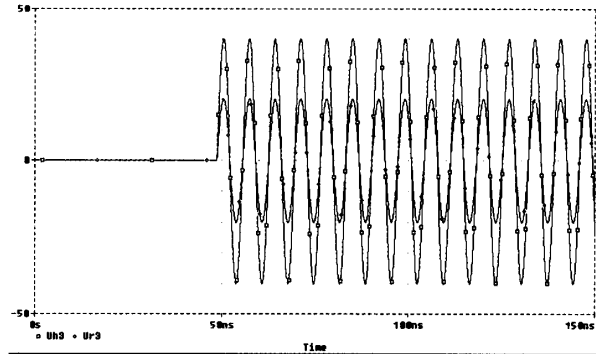


Bild 10: Hin- und rücklaufende Spannung am Ende der fehlangepaßten Leitung

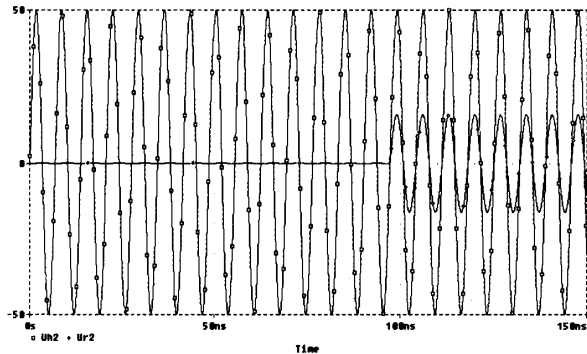


Bild 11: Hin- und rücklaufende Spannung am Anfang der fehlangepaßten Leitung

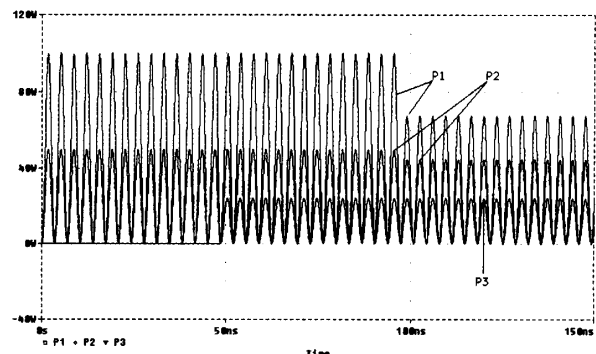


Bild 12: Die „Urleistung“ sowie die Gesamtleistungen an Ein- und Ausgang des fehlangepaßten Kabels

6.2.3 Stehwellenmessung

SWR-Meßtechnik:

Wie funktionieren Stehwellenmeßgeräte?

Lorenz Borucki, DL8EAW

Stehwellenmeßgeräte arbeiten nach unterschiedlichen Funktionsprinzipien. Trotz einfacher Schaltungen sind diese nur mit Kenntnissen der Leitungstheorie verständlich.

Das Übertragungsverhalten von elektrischen Leitungen wird ganz wesentlich vom Verhältnis zwischen ihrem Wellenwiderstand Z und dem im allgemeinen komplexen Lastwiderstand Z_a bestimmt.

Nur wenn es 1 beträgt, wird die höchstmögliche Leistung übertragen, andernfalls bilden sich auf der Leitung stehende Wellen aus, eine örtlich regelmäßige Wiederkehr von Maximal- und Minimalwerten von Spannung und Strom.

fender Welle, ein Minimum gleich deren Differenz. Damit kann man auch

$$s = (\hat{U}_h + \hat{U}_r) / (\hat{U}_h - \hat{U}_r) = (\hat{I}_h + \hat{I}_r) / (\hat{I}_h - \hat{I}_r) \quad (2)$$

schreiben. Die rücklaufende Welle errechnet sich aus der hinlaufenden Welle über den Reflexionsfaktor r . Er ist für Spannung und Strom unterschiedlich. Für den Spannungsreflexionsfaktor gilt

$$r_U = \underline{U}_r / \underline{U}_h = (Z_a - Z) / (Z_a + Z) \quad (3)$$

Diesen Zusammenhang veranschaulicht Bild 1.

Spannung und Strom auf der Leitung

Die Spannung \underline{U}_l auf der Leitung ist an jeder Stelle x gleich der Summe aus hinlaufender Spannung \underline{U}_h und rücklaufender Spannung \underline{U}_r . Beide ändern sich jedoch längs der Leitung, weil diese dämpft und die Phase dreht. Beide Wirkungen sind in der Fortpflanzungskonstanten γ zusammengefaßt, mit der sich schreiben läßt:

$$\underline{U}_l = \underline{U}_h \times e^{-\gamma x} + \underline{U}_r \times e^{\gamma x} \quad (7)$$

Die hinlaufende Spannung ist am Anfang der Leitung ($x = 0$) am größten und nimmt mit wachsender Entfernung wegen $e^{-\gamma x}$ ab. Die rücklaufende Spannung ist am Ende der Leitung ($x = l$) am größten und nimmt zum Anfang der Leitung hin wegen $e^{\gamma x}$ ab. Sinngemäß errechnet sich der Strom durch die Leitung. Spannung und Strom sind über den Wellenwiderstand Z miteinander verknüpft. Die reflektierte Stromwelle ist jedoch gegenphasig zur reflektierten Spannungswelle. Damit ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\underline{I}_l = \underline{I}_h \times e^{-\gamma x} + \underline{I}_r \times e^{\gamma x} = (\underline{U}_h \times e^{-\gamma x} - \underline{U}_r \times e^{\gamma x}) / Z \quad (8)$$

$$Z \times \underline{I}_l = \underline{U}_h \times e^{-\gamma x} - \underline{U}_r \times e^{\gamma x} \quad (9)$$

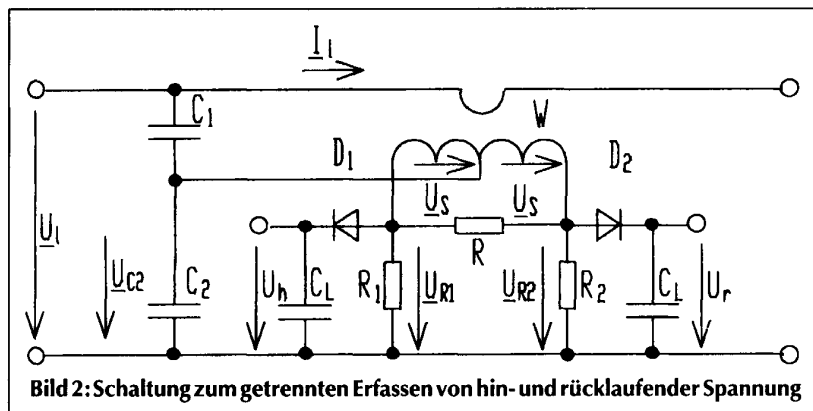
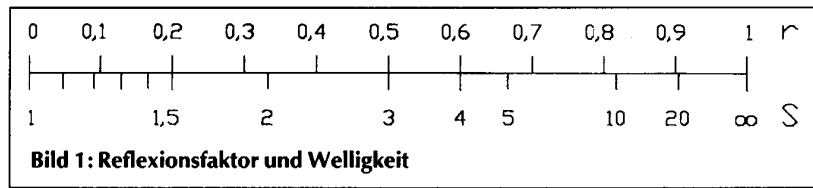
Addiert man Gl. (7) zu Gl. (9), wird \underline{U}_r eliminiert, und man erhält folgenden Ausdruck:

$$\underline{U}_l + Z \times \underline{I}_l = \underline{U}_h \times e^{-\gamma x} + \underline{U}_r \times e^{\gamma x} + \underline{U}_h \times e^{-\gamma x} - \underline{U}_r \times e^{\gamma x} = 2 \underline{U}_h \times e^{-\gamma x} \quad (10)$$

Subtrahiert man Gl.(9) von Gl.(7), so wird \underline{U}_h eliminiert, und man erhält:

$$\underline{U}_l - Z \times \underline{I}_l = \underline{U}_h \times e^{-\gamma x} + \underline{U}_r \times e^{\gamma x} - \underline{U}_h \times e^{-\gamma x} + \underline{U}_r \times e^{\gamma x} = 2 \underline{U}_r \times e^{\gamma x} \quad (11)$$

Damit kann man die hinlaufende und die rücklaufende Spannung getrennt aus der Leitungsspannung \underline{U}_l und aus dem Leitungsstrom \underline{I}_l (z. B. über einen Widerstand der Größe Z oder einen Wandler) ermitteln und daraus das Stehwellenverhältnis bestimmen. Schaltungen, die die richtungsabhängigen Span-



Ein Maximum und ein Minimum sind eine Viertel Wellenlänge voneinander entfernt. Ihr Verhältnis wird Stehwellenverhältnis (SWV), Standing Wave Ratio (SWR) oder Welligkeit (s) genannt:

$$s = U_{max} / U_{min} = I_{max} / I_{min} \quad (1)$$

Eine stehende Welle kommt dadurch zustande, daß zwei Wellen gleicher Länge gegeneinander laufen, man nennt sie hinlaufende und rücklaufende Welle (Index h und r). Ein Maximum der stehenden Welle ist gleich der Summe der Amplituden von hin- und rücklau-

und für den Stromreflexionsfaktor

$$r_I = \underline{I}_r / \underline{I}_h = (Z - Z_a) / (Z_a + Z) \quad (4)$$

Daraus folgt immer Betrags- aber nie Vorzeichengleichheit dieser Werte. Für die Berechnung des Stehwellenverhältnisses genügt der Betrag, hier mit r bezeichnet. In Gl. (2) eingesetzt liefert er:

$$s = (1 + r) / (1 - r) \quad (5)$$

Löst man nach r auf, so erhält man

$$r = (s - 1) / (s + 1) \quad (6)$$

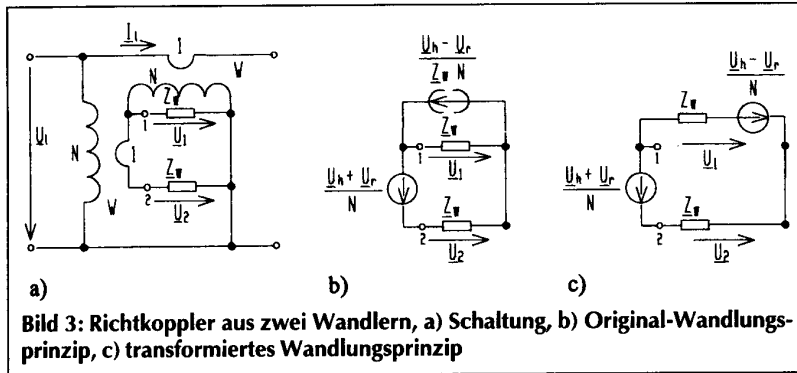


Bild 3: Richtkoppler aus zwei Wandlern, a) Schaltung, b) Original-Wandlungsprinzip, c) transformiertes Wandlungsprinzip

nungen \underline{U}_h und \underline{U}_r liefern, werden Richtkoppler genannt.

Messung des Stehwellenverhältnisses

Die für das Stehwellenverhältnis maßgebenden Maximal- und Minimalwerte der Spannung können mit einer Meßleitung erfaßt werden. Sie muß natürlich über mindestens ein Viertel der Wellenlänge reichen, damit wenigstens ein Maximum und ein Minimum auftreten. Außerdem muß sie so aufgebaut sein, daß einerseits eine Erfassung der Leitungsspannung möglich ist, andererseits aber die Übertragungsverhältnisse der Leitung so wenig wie möglich verändert werden. Im Mikrowellenbereich werden solche Meßleitungen benutzt [1], im Kurzwellenbereich wären sie aber zu lang.

Im KW- und UKW-Bereich dienen zur SWR-Messung Schaltungen, die die Beträge von hin- und rücklaufender Spannung getrennt erfassen. **Bild 2** zeigt eine solche Schaltung nach [2]. Der Stromwandler W erzeugt auf der Sekundärseite mit dem Widerstand R die beiden Spannungen \underline{U}_s , die proportional zum Leitungsstrom \underline{I}_l der Primärseite sind. C1 und C2 bilden einen Spannungsteiler für die Leitungsspannung \underline{U}_l . Stromwandler und Spannungsteiler werden so aufeinander abgestimmt, daß die Sekundärspannung \underline{U}_s gleich der Teilerspannung \underline{U}_{C2} ist. Damit gilt für die Widerstandsspannungen \underline{U}_{R1} und \underline{U}_{R2} in Analogie zu Gl.(10) und Gl.(11)

$$\underline{U}_{R1} = \underline{U}_{C2} + \underline{U}_s = K_1 \times \underline{U}_l + K_2 \times \underline{I}_l = K_3 \times \underline{U}_h \quad (12)$$

bzw.

$$\underline{U}_{R2} = \underline{U}_{C2} - \underline{U}_s = K_1 \times \underline{U}_l - K_2 \times \underline{I}_l = K_3 \times \underline{U}_r \quad (13)$$

In den Gleichungen sind K_1 das Teilverhältnis des kapazitiven Spannungs-

teilers aus C1 und C2, K_2 das Strom-Spannungs-Übersetzungsverhältnis des Stromwandlers und K_3 eine Proportionalitätskonstante. Setzt man nun die Ausdrücke $K_3 \times \dot{U}_h$ und $K_3 \times \dot{U}_r$ in Gl. (2) ein, dann fällt die Konstante K_3 heraus, und man erhält exakt das Stehwellenverhältnis. \underline{U}_{R1} und \underline{U}_{R2} sollten für eine möglichst genaue Anzeige durch Dioden mit geringer Flußspannung gleichgerichtet werden.

Nach Gl. (2) müssen zur SWR-Bestimmung eine Summe, eine Differenz und ein Quotient gebildet werden. Dies ist digital mit einem Mikroprozessor mit integriertem Analog-Digital-Umsetzer und einem entsprechendem Programm relativ einfach, wenn auch nicht ganz billig [3], analog jedoch relativ schwierig [4]. Durch einen einfachen Trick kann man allerdings die Rechnungen vermeiden und die Spannung $K_3 \times \dot{U}_r$ direkt zur Anzeige des Stehwellenverhältnisses heranziehen. Zeigt man die hinlaufende Spannung $K_3 \times \dot{U}_h$ und die rücklaufende Spannung $K_3 \times \dot{U}_r$ mit demselben Instrument (oder mit zwei gleichen Instrumenten) an und stellt man den Meßbereich jeweils so ein, daß

$K_3 \times \dot{U}_h$ am Instrument Vollausschlag erzeugt, dann kann man die Anzeige für $K_3 \times \dot{U}_r$ entsprechend Bild 1 direkt in Werten des zugehörigen Stehwellenverhältnisses angeben, denn r ist ja auch das Verhältnis \dot{U}_r/\dot{U}_h . Man erhält so die bekannte Skala mit $s = 1$ beim Nullpunkt und mit $s = \infty$ bei Vollausschlag.

Bild 3 zeigt links einen Richtkoppler aus zwei gleichen Wandlern mit dem Windungsverhältnis 1:N. Der Stromwandler induziert in der Sekundärseite den Strom $(\underline{U}_h - \underline{U}_r) / Z_w N$, der Spannungswandler I_t mittlerem Teilbild die Spannung $(\underline{U}_h + \underline{U}_r)/N$. Durch Umwandlung der Stromquelle mit dem parallel liegenden Widerstand Z in eine Spannungsquelle mit dem in Serie liegenden Widerstand Z erhält man die Schaltung rechts, aus der sich die Spannungen \underline{U}_1 und \underline{U}_2 wie folgt berechnen:

$$\underline{U}_2 = [(\underline{U}_h - \underline{U}_r) - (\underline{U}_h + \underline{U}_r)] / 2 N = -\underline{U}_r / N \quad (14)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + (\underline{U}_h + \underline{U}_r) / N = \underline{U}_h / N \quad (15)$$

Es lassen sich also auch hier die beiden Richtspannungen an getrennten Ausgängen abnehmen. Durch die Gleichheit der Wandler und den einfachen Aufbau der Schaltung ist die Genauigkeit dieses Richtkopplers relativ hoch, so daß er für die Messung der hin- und der rücklaufenden Leistung in Wattmetern benutzt wird [5].

Die Wandler in den Schaltungen der Bilder 2 und 3 werden üblicherweise mit Ringkernen aufgebaut, wobei die Stromwicklung lediglich aus einem durch den Kern gesteckten Draht bzw. einem Stück Koaxkabel besteht. Da Ringkerne nur in einem begrenzten Frequenzbereich anwendbar sind, läßt sich kein Universalgerät für HF, VHF und UHF realisieren.

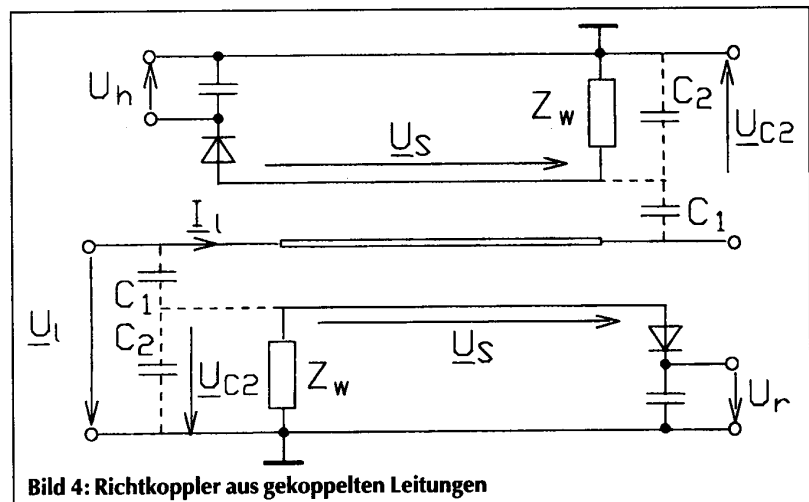


Bild 4: Richtkoppler aus gekoppelten Leitungen

Einen Richtkoppler aus gekoppelten Leitungen zeigt Bild 4. Der stromdurchflossene Mittelleiter induziert in den beiden parallelen Leitern die Spannungen U_s , die wie beim Stromwandler aus Bild 2 proportional zum Leitungsstrom I_L , aber auch abhängig von der Leiterlänge und damit frequenzabhängig sind [6]. Mittelleiter, paralleler Leiter und Masse bilden zusammen einen kapazitiven Spannungsteiler, der dem Teiler aus C1 und C2 von Bild 2 entspricht. Damit verhält sich dieser Richtkoppler ähnlich wie der aus Bild 2. Derartige Richtkoppler lassen sich aus parallel geführten Drähten, aus Streifenleitungen [7] oder als gedruckte Schaltung [8] herstellen.

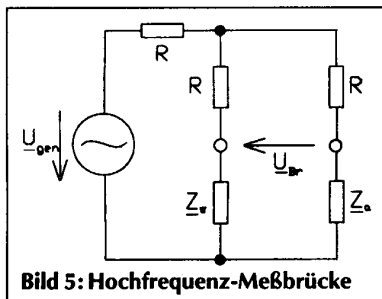


Bild 5: Hochfrequenz-Meßbrücke

Wie eingangs erwähnt, entsteht eine rücklaufende Welle und damit ein Stehwellenverhältnis über 1 nur dann, wenn der Verbraucherwiderstand vom Wellenwiderstand abweicht. Folglich kann das Stehwellenverhältnis auch durch Vergleich dieser Widerstände in einer Meßbrücke bestimmt werden [9]. Es genügt eine für HF-Zwecke angepaßte Wheatstonesche Brücke nach Bild 5. Bei Widerstandsgleichheit ist die Brückenspannung U_{Br} Null. Sind auch die übrigen Widerstände R gleich dem Wellenwiderstand Z , dann gilt

$$U_{Br} = 0,5 U_C (Z_a - Z) / (Z_a + Z) = 0,5 U_C r_U \quad (16)$$

Die Brückenspannung ist also proportional zum Spannungsreflexionsfaktor r_U , weswegen man die Schaltung auch Reflexionsfaktormeßbrücke nennt. Ein Vorteil dieser gegenüber den vorherigen Schaltungen ist ihre große Bandbreite. Bei HF-mäßig günstigem Aufbau ist sie vom MHz- bis ins GHz-Gebiet zu gebrauchen [10]. Ein Nachteil besteht in der mit 6 dB hohen Durchgangsdämpfung bei symmetrischem Aufbau, so daß nur 1/4 der Eingangsleistung zum Verbraucherwiderstand gelangt. Trotzdem kann man mit einem entsprechenden Empfänger mit S-Meter zum Anzeigen der Brückenspannung U_{Br} sowie einem Generator mit geeichtem Abschwächer

bei geringer Generatorleistung (z. B. 10 mW) ein Antennensystem ausmessen [11]. In [12] ist eine ähnliche Brücke mit nur 1 dB Durchgangsdämpfung beschrieben.

Prof. Dipl.-Ing. Lorenz Borucki, DL8EAW
Wielandstraße 2
47877 Willich
Tel. (0 21 54) 41 47 97

Literatur

- [1] Stadler, Erich: Impedanzmessung mit Meßleitung, UKW-Berichte 4/84, S. 225-230
- [2] Kainka, Burkhard: Stehwellenmeßbrücke mit diskreten Bauteilen, cq-DL 7/78, S. 299
- [3] Perner, Max: Digitale SWR-Anzeige über BASIC-Briefmarke, Funkamateur 2/97, S. 194-197

- [4] N. N.: Automatisches SWR- und Leistungsmeßgerät, beam 9/93, S. 23-26, 10/93, S. 20-23, 11/93, S. 24-25
- [5] N. N.: HF-Wattmeter für Kurzwellen, beam 11/92, S. 22-24
- [6] Stadler, Erich: Der Richtkoppler, Funktion und Anwendung, UKW-Berichte 1/85, S. 50-55
- [7] N. N.: Ein Stehwellenmeßgerät in Strip-line-Technik, Funkschau 23/77, S. 114-115
- [8] Rachow, Peter: Das QRP-Baubuch, Verlag für Technik und Handwerk 1994, S. 168-169
- [9] Wolske, G.: Eine Stehwellenmeßbrücke für beliebige Frequenzen bis 500 MHz, cq-DL 10/74, S. 606-608
- [10] Gyula, Nagy: Antennenmeßbrücke selbstgebaut, CQ DL 6/96, S. 449-451
- [11] Waxweiler, Richard: Impedanz-Meßbrücke, CQ DL 7/82, S. 328-331
- [12] Moliere, Thomas: Ein breitbandiger HF-Richtkoppler, beam 6/84, S. 39-42

145-MHz-Feldstärkemesser

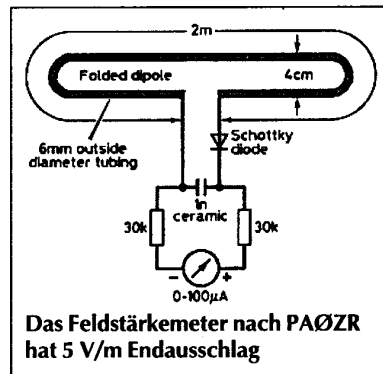
Nicht nur bei Einstrahlungen in nachbarliche HiFi-Anlagen ist ein Feldstärkemesser von Nutzen. Diese Version benötigt keine Kalibrierung. Man muß nur wissen, daß sich die Feldstärke bei einem leistungsangepaßtem Halbwelldipol leicht errechnen läßt, indem man Wellenlänge und Empfangsspannung multipliziert und durch 6,28 teilt. Wird ein gefalteter Dipol spannungsangepaßt benutzt, liefert er die vierfache Empfangsspannung. Bei einer Feldstärke von 1 V/m werden also im 2-m-Band 1,3 V geliefert; ab diesem Wert ist der Skalverlauf linear. Zu beachten ist allerdings noch der Faktor 1,4, da hier Spitzenwertgleichrichtung erfolgt, für 1 V/m muß also unter Vernachlässigung der Diodenflußspannung rund 1,8 V angezeigt werden.

Die Gleichspannungsanzeige kann individuell ausgelegt werden. Am besten wird es sein, Buchsen für ein elektronisches Multimeter vorzusehen, denn so ein Meßgerät wird schließlich vom Amateur nicht täglich benötigt.

Frank Sichla, DL7VFS

Quelle

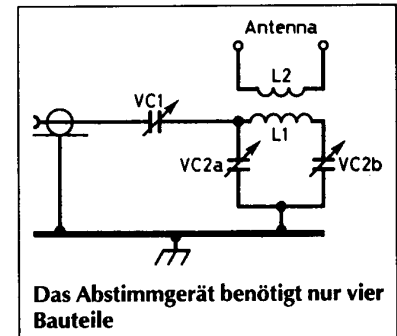
A 145 MHz Field Strength Meter, in: Radio Communication, November 1996, S. 55



Das Feldstärkemeter nach PAØZR hat 5 V/m Endausschlag

Einfaches Antennen-Anpaßsystem

Der Aufbau dieses Antennen-Anpaßgeräts ist noch einfacher, als es die Schaltung vermuten läßt. Denn L1 und L2 sind nichts weiter als je ein kleines Bund aufgerollten Schaltdrahtes, und als Drehkondensatoren werden die verbreiteten Typen 500 pF bzw. 2 x 500 pF eingesetzt. Aber auch 360-pF-Ausführungen dürften geeignet sein.



Das Abstimmgerät benötigt nur vier Bauteile

Es handelt sich um die simple „Z-Match“-Schaltung, die sich als ideal für Langdrahtantennen und abgestimmte Zuleitungen erweist. Im ersten Fall wird ein Ausgangsanschluß geerdet. Drahtlängen von einer Viertelwellenlänge sind dann geeignet.

Für das 80-m-Band besitzen L1 25 Windungen und L2 zehn Windungen, Durchmesser jeweils 5 cm. Mit Isolierband werden diese Spulen fixiert. Bei VC1 sollte ein großer Plastikbedienknopf vorgesehen werden, da der Rotor nicht geerdet ist.

Alle Bauteile kommen in einem kleinen Metallgehäuse unter.

Frank Sichla, DL7VFS

Quelle

George Dobbs: Build A Simple Antenna System Tuning Unit, Radio Communication, January 1996