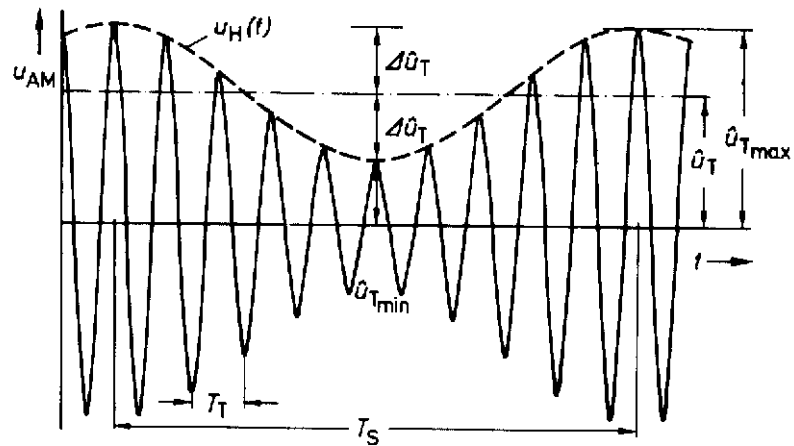


## Übertragungstechnik

### Modulation



2003  
Kurt Steudler

(Umod.doc)

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung .....</b>	<b>6</b>
1.1	Modulation .....	6
1.1.1	Definition der Modulation .....	6
1.1.2	Zweck der Modulation .....	8
1.1.3	Klassierung der Modulationsarten .....	9
1.2	Codierung .....	10
1.2.1	Definition der Codierung .....	10
1.2.2	Zweck der Codierung .....	11
1.2.3	Klassierung der Codierungsarten .....	11
1.3	Filterung .....	13
1.3.1	Definition der Filterung .....	13
1.3.2	Zweck der Filterung .....	13
1.3.3	Filterarten .....	13
1.4	Multiplexierung .....	14
<b>2</b>	<b>Amplitudenmodulation .....</b>	<b>16</b>
2.1	Zeitfunktion .....	16
2.2	Frequenzspektrum .....	18
2.3	Zeigerdiagramm .....	21
2.4	Bandbreite .....	22
2.5	Signalleistung .....	22
2.6	Erzeugung von AM .....	23
2.6.1	Additive Methode .....	23
2.6.2	Multiplikative Methode .....	23
2.7	Demodulation der AM .....	24
2.7.1	Hüllkurvendetektor .....	24
2.7.2	Produkt-demodulation oder Synchron-demodulation .....	25
2.8	Anhang zu Kapitel 2 .....	27
<b>3</b>	<b>Verschiedene Arten der Amplitudenmodulation .....</b>	<b>29</b>
3.1	Zweiseitenbandmodulation mit Träger (AM) .....	29
3.2	Zweiseitenbandmodulation mit Trägerunterdrückung (ZM, DSBSC) ...	29
3.3	Einseitenbandmodulation (EM, SSB) .....	30
3.4	Restseitenbandmodulation (RM) .....	35

<b>4</b>	<b>Winkelmodulation.....</b>	<b>36</b>
4.1	Augenblicksfrequenz .....	36
4.2	Zeitsignal .....	37
	4.2.1 Frequenzmodulation.....	40
	4.2.2 Phasenmodulation.....	41
4.3	Spektrum der Winkelmodulation.....	42
	4.3.1 Kleiner Modulationsindex (bei sinusförmigem Signal) .....	42
	4.3.2 Besselfunktionen .....	43
	4.3.3 Darstellung mit den Besselfunktionen .....	45
4.4	Signalleistung .....	45
4.5	Bandbreite .....	46
4.6	Preemphasis.....	48
4.7	Erzeugung einer Winkelmodulation .....	48
	4.7.1 Erzeugung einer Frequenzmodulation .....	49
	4.7.2 Erzeugung einer Phasenmodulation .....	50
4.8	Demodulatoren .....	51
4.9	Anhang zu Kapitel 4.....	53
<b>5</b>	<b>Pulsmodulation.....</b>	<b>65</b>
5.1	Zeitmultiplex .....	66
5.2	Pulsamplitudenmodulation.....	66
5.3	Pulszeitmodulationen.....	68
	5.3.1 Pulsdauermodulation.....	68
	5.3.2 Pulsphasenmodulation .....	69
	5.3.3 Pulsfrequenzmodulation.....	70
<b>6</b>	<b>Pulscodemodulation .....</b>	<b>71</b>
6.1	Prinzip.....	71
6.2	Quantisierung .....	71
6.3	Codierung und Decodierung.....	73
6.4	Kommandierung .....	73
6.5	Multiplexbildung.....	77
6.6	Praktischer Schaltungsaufbau .....	77
6.7	Prädiktive Codierung .....	79
	6.7.1 Deltamodulation.....	79
	6.7.2 Digital Controlled Delta Modulation DCDM (Kommandierung) .....	80
<b>7</b>	<b>Anhang .....</b>	<b>82</b>
7.1	Literatur .....	82
7.2	Besselfunktionen .....	82

## Literaturverzeichnis und Software

- L 1 Beuth Klaus, Hanbuth Richard und Kurz Günter, Nachrichtentechnik, Vogel Buchverlag, Würzburg, 1996, 1. Auflage, ISBN 3-8023-1401-8. Einführender Überblick für technisch Interessierte.
- L 2 Best Roland, Theorie und Anwendungen des Phase-locked Loops, ATVerlag.
- L 3 Frohne Heinrich, Löcherer Karl-Heinz und Müller Hans, Grundlagen der Elektrotechnik, Verlag B.G. Teubner, Stuttgart – Leipzig, 1996, ISBN 3-519-46400-4.
- L 4 Herter, Röcker: Nachrichtentechnik. München: Carl Hauser Verlag, Kurze Zusammenfassung der wichtigsten Elemente der Modulation.
- L 5 Mäusl, R.: Analoge Modulationsverfahren. Hüthig Verlag, Ausführliche Behandlung der Analogen Modulationsarten.
- L 6 Mäusl, R.: Digitale Modulationsverfahren. Hüthig Verlag, Ausführliche Behandlung der Digitalen Modulationsarten.
- L 7 MATHCAD® 2000. Mathematiksoftware, die sich für numerische Rechnungen und Laborauswertungen eignet.
- L 8 Meinke H., Gundlach Friedrich Wilhelm, Taschenbuch der Hochfrequenztechnik, Studienausgabe in 3 Bänden, Springer Verlag Berlin – Heidelberg – New York, 1986, 4. Auflage, ISBN 3-540-15394-2.
- L 9 Prokott, E.: Modulation und Demodulation. Elitera Verlag, Ausführliche und detaillierte mathematische Behandlung der Modulation.
- L 10 Scheithauer Rainer, Signale und Systeme, B.G. Teubner, Stuttgart – Leipzig, 1998, ISBN 3-519-06425-1
- L 11 Stalde, E.: Modulationsverfahren. Würzburg: Vogel Buchverlag 6.Auflage 1990, Eine leicht verständliche Einführung in das Gebiet der Modulation.
- L 12 Tabellenbuch Informations- und Telekommunikationstechnik, Verlag Dr. Max Gehlen, Bad Homburg vor der Höhe, 1998, ISBN 3-441-92102-x.
- L 13 The American Radio Relay League, The ARRL Handbook, 1996, ISBN 0-87259-173-5.
- L 14 Tietze Ulrich, Schenk Christoph, Halbleiter – Schaltungstechnik, Springer Verlag Berlin – Heidelberg – New York, 1974, 3. Auflage, ISBN 3-540-06667-5.

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1-1	Modulation – Codierung - Filterung .....	6
Tabelle 1-2	Modulationsarten .....	10
Tabelle 1-3	Codierung .....	13
Tabelle 1-4	Multiplexverfahren .....	15

## Figurenverzeichnis

Fig. 1-1	Quelle - Senke .....	6
Fig. 1-2	Superposition zweier Frequenzen. Spektrum.....	7
Fig. 1-3	Superposition mit Umkehr - Addierer.....	7
Fig. 1-4	Modulation zweier Frequenzen.....	8
Fig. 1-5	Modulation mit Multiplizierer .....	8
Fig. 1-6	Frequenzmultiplex.....	14
Fig. 1-7	Zeitmultiplex .....	15
Fig. 2-1	Zeitverlauf eines AM Signals .....	17
Fig. 2-2	Modulationstrapez (mit [L 1-7]) .....	18
Fig. 2-3	Modulationsindex und Modulationstrapez .....	18
Fig. 2-4	Spektrum der Amplitudenmodulation AM .....	19
Fig. 2-5	Spektrum der Amplitudenmodulation AM .....	20
Fig. 2-6	Zeigerdarstellung der AM.....	21
Fig. 2-7	Blockschema additive Methode .....	23
Fig. 2-8	Blockschema multiplikative Methode.....	23
Fig. 2-9	Gegentaktmodulator und Ringmodulator .....	24
Fig. 2-10	Gleichgerichtetes und gefiltertes Signal .....	24
Fig. 2-11	Spektrum bei der Demodulation .....	25
Fig. 2-12	Schema eines Hüllkurvendetektors .....	25
Fig. 2-13	Blockschaltbild zur Synchrondemodulation .....	26
Fig. 3-1	Spektrum des Stereomultiplexsignals.....	30
Fig. 3-2	Blockschema für Stereocodierer.....	30
Fig. 3-3	Blockdarstellung zur SSB - Filtermethode .....	31
Fig. 3-4	Allpass – Filter mit Operationsverstärker.....	31
Fig. 3-5	Breitbandphasenschieber .....	32
Fig. 3-6	Winkelverhalten von zwei Allpass – Filter – Ketten achter Ordnung in rad.....	32
Fig. 3-7	Zugehöriges Verhalten des Differenzwinkels .....	32
Fig. 3-8	Differenzwinkelverhalten in Grad für $90^\circ \pm 1^\circ$ .....	33
Fig. 3-9	Blockschema zur Erzeugung einer EM (SSB) mit der Filtermethode.....	33
Fig. 3-10	Konkretes Blockschema zur Erzeugung einer EM (SSB) mit der Filtermethode .....	33
Fig. 3-11	Spektrum einer Zwischenfrequenz .....	34
Fig. 4-1	Nutzsignal und Phasenwinkel.....	38
Fig. 4-2	Frequenzverlauf und Zeitfunktion .....	39
Fig. 4-3	Verlauf von Frequenzhub und Phasenhub bei FM und PM.....	42
Fig. 4-4	Spektrum bei kleinem Modulationsindex .....	43
Fig. 4-5	Spektren der winkelmodulierten Schwingung bei unterschiedlichem Phasenhub .....	47
Fig. 4-6	Pre- und Deemphase.....	48
Fig. 4-7	Frequenzmodulation mit Frequenzvervielfachung.....	50
Fig. 4-8	Phasenmodulation mit AM oder ZM .....	50
Fig. 4-9	Phasenmodulation mit FM .....	50
Fig. 4-10	WM (FM, PM) Demodulation .....	51
Fig. 4-11	WM (FM, PM) Demodulation mit PLL .....	53
Fig. 5-1	Pulsmodulationsarten .....	65
Fig. 5-2	Zeitmultiplexbetrieb.....	66
Fig. 5-3	Spektrum und Zeitverlauf uni und bip PAM (Aus [L 1-6]) .....	67
Fig. 5-4	Spektrum einer Pulsdauermodulation ( $p = 0,5; 2p/T_A = 6\omega_S; \Omega = 2\pi/T_A$ ) .....	69
Fig. 5-5	Erzeugung von PPM aus PDM .....	69
Fig. 6-1	Quantisierung und Codierung.....	71
Fig. 6-2	Kompandierungskennlinien.....	74
Fig. 6-3	A – Kennlinie .....	75
Fig. 6-4	13 Segment A - Kennlinie nach CCITT.....	76
Fig. 6-5	Rahmenstruktur .....	77
Fig. 6-6	Blockschaltbild einer PCM – 30 Installation.....	78
Fig. 6-7	Prinzip der Deltamodulation.....	79
Fig. 6-8	Qualitatives Leistungs - Spektrum zur Deltamodulation .....	80
Fig. 6-9	Blockschaltbild zu Coder und Encoder einer DCDM (Aus [L 1-8]) .....	81

# 1 Einleitung

Die Vielfalt der zur Verfügung stehenden Übertragungskanäle einschliesslich der stets vorhandenen, recht unterschiedlich gearteten Störungen, sowie der vorgesehene Anwendungszweck erfordern sendeseitig eine Signalaufbereitung, die im Empfänger wieder rückgängig gemacht werden muss.

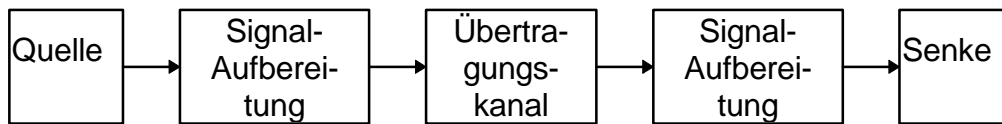


Fig. 1-1 Quelle - Senke

In der nachfolgenden Tabelle sind die drei wichtigsten Verfahren der Aufbereitung elektrischer Nachrichtensignale und deren Zwecke festgehalten.

Operation (inverse Operation)	Zwecke
Modulation (Demodulation)	- Kanal Anpassung - Störungsreduktion - Mehrfachausnützung
Codierung (Decodierung)	- Redundanzreduktion - Fehlererkennung und -korrektur - Geheimhaltung - Mehrfachausnützung
Filterung	- Signalformung - Signaltrennung

Tabelle 1-1 Modulation – Codierung - Filterung

Schlussendlich ist der Zweck aber immer die Anpassung des die Information tragenden Signals an den Übertragungskanal, um die Information möglichst störungsfrei übertragen zu können.

## 1.1 Modulation

### 1.1.1 Definition der Modulation

#### DEFINITION 1-1

**Modulation** ist die Veränderung von Signalparametern eines Trägersignals in Abhängigkeit von einem modulierenden Signal.

Das Hilfsmittel dazu ist der **Modulator**, welchem an zwei Eingängen das Trägersignal und das Modulationssignal zugeführt werden. Das Ergebnis der Modulation erscheint am Ausgang.

Die **Demodulation** ist ein weiterer Modulationsvorgang, der zur Rückgewinnung des Basisbandes führt. Da wir häufig in jeder Endstelle sowohl eine Quelle als auch eine Senke haben und deshalb gleichzeitig in beiden Richtungen übertragen, enthält eine derartige Endstelle sowohl einen Modulator als auch einen Demodulator.

Man spricht daher oft von einem **Modem (Modulator - Demodulator)** und drückt damit gleichzeitig die in der Regel gegebene konstruktive Zusammenfassung aus.

### Anmerkung:

Wir müssen die beiden Begriffe Modulation und Superposition genau auseinanderhalten:

Unter der **Superposition**<sup>1</sup> versteht man die **Überlagerung** zweier oder mehrerer Schwingungen. Das Resultat besteht genau aus denjenigen Frequenzanteilen, die kombiniert wurden. Es entstehen keine neuen Frequenzen. Dies wird mit linearen Elementen erreicht (Addition).

$$x(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) \quad (1 - 1)$$

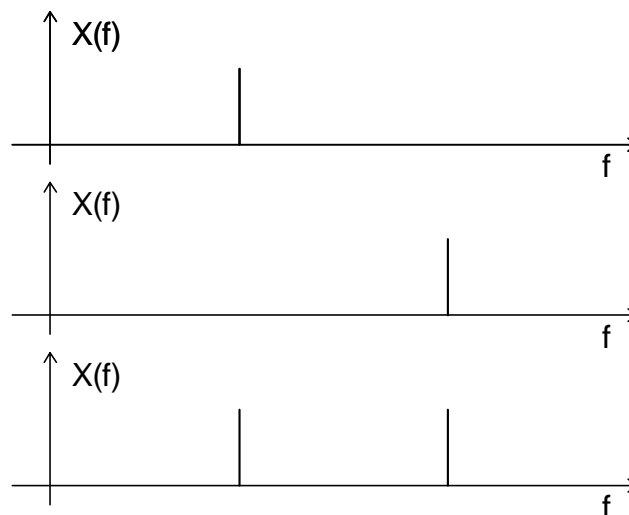


Fig. 1-2 Superposition zweier Frequenzen. Spektrum

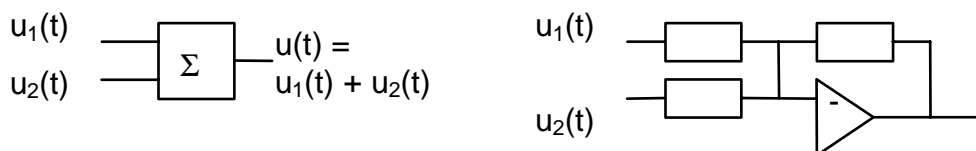


Fig. 1-3 Superposition mit Umkehr - Addierer

Bei der Modulation werden die Signale miteinander multipliziert, d.h. moduliert. Das bedeutet, dass neben den ursprünglichen Frequenzen neue entstehen und bestehende Frequenzen können verschwinden.

<sup>1</sup> Übereinanderlegen. Die Signale werden summiert.

Die Modulation ist somit ein Effekt an **nichtlinearen** Elementen (Multiplikation) und kann nicht immer mit den Elementen der linearen Systemtheorie beschrieben werden.

$$x(t) = \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) = \frac{1}{2} [\cos(\omega_1 + \omega_2) + \cos(\omega_1 - \omega_2) t] \quad (1 - 2)$$

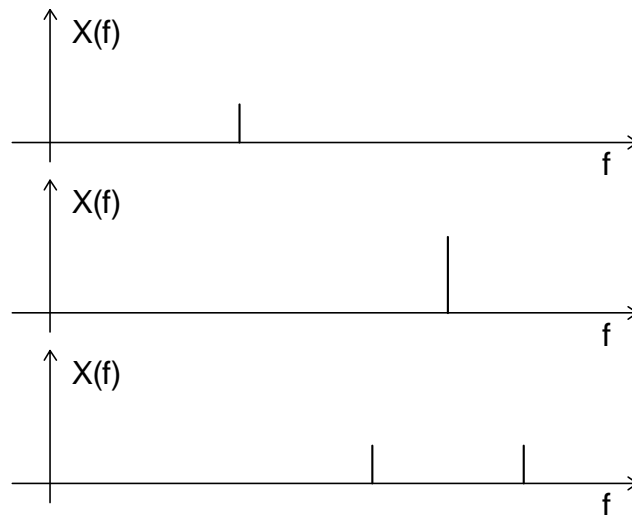


Fig. 1-4 Modulation zweier Frequenzen

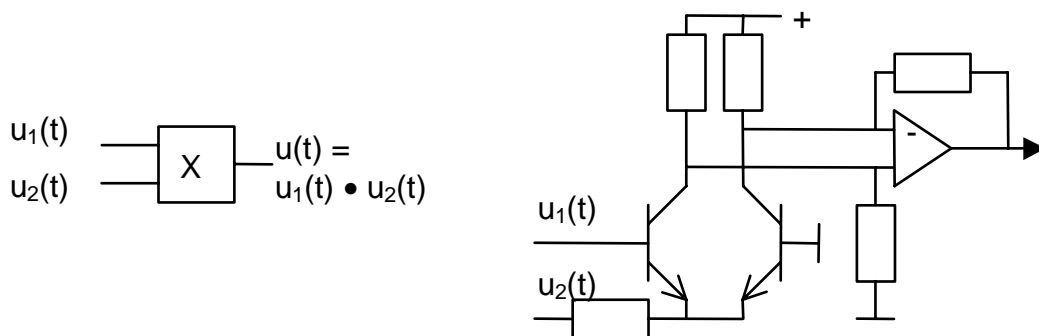


Fig. 1-5 Modulation mit Multiplizierer

### 1.1.2 Zweck der Modulation

Bei der **Modulation** geht es einerseits um die Anpassung des informationstragenden elektrischen Signals im Basisband an die besonderen Eigenschaften des Übertragungsweges unter Berücksichtigung der stets eindringenden Störungen und andererseits um die Mehrfachausnutzung des zur Verfügung stehenden Kanals.

Die Modulation kann in der Nachrichtentechnik viele unterschiedliche Aufgaben erfüllen:

- Anpassung des Spektrums der Information an die Übertragungseigenschaften des Kanals (z.B. Translation, Verbreiterung).
- Kombination mehrerer Primärsignale (z.B. Multiplexierung in der Telefonie oder bei der stereophonen Übertragung).
- Umformung des Signals in eine weniger störungsempfindliche Form (spread spectrum Technik, Frequenzmodulation mit grossem Modulationsindex).
- Verschiebung des Spektrums zur Signalaufbereitung oder zur Signalauswertung (Zwischenfrequenztechnik).

### 1.1.3 Klassierung der Modulationsarten

#### **Zeitkontinuierlicher Träger:**

Ein sinusförmiger Träger hat als Definitionsparameter eine Amplitude und einen Winkel, der unterteilt ist in eine Frequenz (Kreisfrequenz) und eine Phase (einen Phasenwinkel). Entsprechend werden bei den Modulationsverfahren die verschiedenen Modulationsarten unterschieden, je nachdem mit welchem Parameter des Trägers das zu modulierende Nutzsignal proportional ist.

Unterscheiden kann man die verschiedenen Modulationsverfahren weiter nach der Art des Signals. Bei **zeitkontinuierlichen Signalen** spricht man von **Modulation**, bei **zeitdiskreten Signalen** von einer **Tastung** (shift keying). Die Amplitudenmodulation kennt verschiedene gebräuchliche Abarten, die in der nachfolgenden Tabelle aufgeführt sind.

#### **Zeitdiskreter Träger:**

Ein zeitdiskreter Träger ist in der Regel ein „Impuls“ mit seinen Parametern Amplitude, Dauer, Phase und Frequenz. Entsprechend werden die verschiedenen Modulationsverfahren für zeitkontinuierliche Signale bezeichnet (Pulsmodulationen). Die Kombination von zeitdiskretem Träger mit einem zeitdiskreten Signal führt zu den heute immer häufigeren digitalen Übertragungsverfahren.

Die vielfältigen Möglichkeiten, welche für die Modulation offen stehen, sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Träger	Signal	Modulationsarten		
Zeitkontinuierlich	Zeitkontinuierlich	Amplitudenmodulation amplitude modulation	AM	
		Zweiseitenbandmodulation double sideband modulation	ZM DSB	
		Einseitenbandmodulation single sideband modulation	EM SSB	
		Restseitenbandmod. vestigial sideband modulation	RM VSB	
		Frequenzmodulation frequency modulation	FM	
		Phasenmodulation phase modulation	PM	
	Zeitdiskret	Zeitdiskret	Amplitudenumtastung amplitude shift keying	ASK
			Frequenzumtastung frequency shift keying	FSK
			Phasenumtastung phase shift keying	PSK
			Amplitude & Phase Modulation quadrature amplitude modulation	QAM
Zeitdiskret	Zeitkontinuierlich	Pulsamplitudenmodulation pulse amplitude modulation	PAM	
		Pulsdauermodulation pulse duration modulation	PDM	
		Pulsfrequenzmodulation pulse frequency modulation	PFM	
		Pulsphasenmodulation pulse phase modulation	PPM	
	Zeitdiskret	Zeitdiskret	Pulscodemodulation	PCM
			Differenzpulscodemodulation	DPCM
			Deltamodulation	DM

Tabelle 1-2 Modulationsarten

## 1.2 Codierung

### 1.2.1 Definition der Codierung

#### DEFINITION 1-2

Unter **Codierung** oder **Verschlüsselung** versteht man Signalaufbereitungsverfahren, die entweder überflüssige Anteile aus dem Nachrichtensignal herausnehmen oder die keine Information enthaltende Anteile hinzufügen.

Die Grenzen zwischen Codierung und Modulation lassen sich nicht ganz scharf ziehen. So spricht man z.B. von Leitungscodes, die dazu dienen, ein digitales Sig-

nal spektral an die Kanalcharakteristik anzupassen, was eindeutig als Modulationsprozess bezeichnet werden müsste.

Auch die Fehlererkennung und -korrektur ist eine Massnahme zur Störungsreduktion und liesse sich damit unter dem Begriff der Modulation einreihen.

### 1.2.2 Zweck der Codierung

Zwecke der Codierung sind:

- entfernen von Elementen die keine Information enthalten für die Kompression der Daten aus einer Quelle
- zufügen von Elementen die keine Information enthalten für die Fehlererkennung, für die Fehlerkorrektur oder für die Geheimhaltung.

### 1.2.3 Klassierung der Codierungsarten

Codierungsprozesse werden häufig auf digitale bzw. binäre Signale angewendet und können dann mit algebraischen Methoden unter Einbezug der Modulo - 2 - Arithmetik behandelt werden.

#### **Quellencodierung:**

Die sogenannte **Quellencodierung** (source encoding) befasst sich damit, die Länge einer Kette mit möglichst kurzen, binären Zustandsfolgen zu erfassen und auf diese Weise die Länge der Nachricht und entsprechend die Übertragungszeit zu reduzieren. Sinngemäss spricht man von **Redundanzreduktion** oder **Datenkompression**. Im Mittel lassen sich Kompressionsfaktoren bis gegen 10 realisieren.

Redundanzreduktion wird auch bei analogen Signalen vorgenommen. Kennt man deren statische Eigenschaften einschliesslich der Bandbreite, so kann man aus einer Reihe vorangegangener Stützwerte eine Vorhersage für den nächstfolgenden Stützwert machen und muss dann gegebenenfalls nur noch die Differenz zwischen Vorhersage und effektivem Wert übertragen.

Eine noch wesentlich weitergehende Redundanzreduktion ergibt sich dann, wenn man versucht, den Spracherzeugungsmechanismus nachzubilden und nur noch die zugehörigen Parameter zu übertragen. Solche Systeme nennt man **Vocoder**; es lassen sich Kompressionsfaktoren von 20 und mehr erreichen, wobei aber die Natürlichkeit des Sprachklangs beeinträchtigt wird.

#### **Kryptographie:**

Die Codierung digitaler und auch analoger Signale zum Zwecke der Geheimhaltung wird als **Kryptographie** bezeichnet.

Analoge Signale kann man im Zeit- und Frequenzbereich manipulieren. So ist es beispielsweise möglich, die Abtastwerte eines Sprachsignals nach pseudostatistischen Gesetzmässigkeiten in der Reihenfolge zu vertauschen. In gleicher Weise lassen sich mittels Modulationsverfahren Teile des Signalspektrums gegeneinander auswechseln. Diese Verfahren sind allerdings relativ wenig sicher und dienen eher der **Verschleierung** als der Geheimhaltung.

Digitale Signale lassen sich mit beliebiger Sicherheit verschlüsseln, wenn nur genügend Aufwand getrieben wird. Man unterscheidet zwei grundsätzlich verschiedene Methoden: **Blockcodierung** (block cipher) und **kontinuierliche Codierung** (stream cipher).

Beim ersten Verfahren unterteilt man das binäre Nachrichtensignal in Blöcke gleicher Länge und unterzieht jeden Block einer bestimmten Verschlüsselungsoperation. Dadurch entstehen neue Blöcke mit im allgemeinen grösserer Länge. Diese werden aneinander gereiht und übertragen, wobei die Übertragungsgeschwindigkeit entsprechend der Blockverlängerung erhöht werden muss, damit der Informationsfluss erhalten bleibt.

Bei der kontinuierlichen Codierung erfolgt eine fortlaufende logische Verknüpfung zwischen dem informationstragenden Binärsignal und einer bestimmten Schlüsselsequenz. Als Verknüpfungsoperation wird meistens die Modulo - 2 - Addition verwendet.

### **Kanalcodierung:**

Die Verschlüsselung digitaler bzw. binärer Signale zum Schutze von Übertragungsfehlern nennt man **Kanalcodierung**. Je nachdem die Fehler im Empfänger nur erkannt oder sogar auch korrigiert werden sollen, muss dem Nachrichtensignal eine entsprechende Menge Redundanz zugeführt werden.

Wie bei der Kryptographie kann dies mit einer Blockcodierung oder in einem kontinuierlichen Prozess erfolgen. Eine einfache Blockcodierung stellt z.B. der sogenannte **parity check** dar. Jedem Signalblock von einer bestimmten Länge wird ein Element so angefügt, dass die Summe der nunmehr vorhandenen Zustände "1" eine gerade Zahl darstellt.<sup>2</sup>

Der Empfänger kann damit prüfen, ob unterwegs kein Fehler passiert ist. Gradzahlige Mehrfachfehler sind allerdings nicht mehr erkennbar. Durch das Einführen weiterer "parity" - Elemente, d.h. durch die Erhöhung der Redundanz, lassen sich die erwähnten Mehrfachfehler bis zu einer gewissen Grenze detektieren.

Mit mehreren "parity checks" über verschiedene Elementkombinationen eines Signalblocks kann sogar die Position des Fehlers bestimmt und demzufolge eine Korrektur vorgenommen werden.

Bei der kontinuierlichen Codierung wird z.B. nach jedem Signalelement ein Element aus einer Sequenz eingefügt, die beim Anlegen desselben Nachrichtensignals an ein digitales Netzwerk entsteht. Auf der Empfangsseite ist mit der Hilfe der inversen Netzwerkstruktur eine Erkennung und Korrektur von Fehlern möglich. Man nennt dieses Verfahren **konvolutionelle Codierung** (convolutional codes).

Die Wahl einer bestimmten Kanalcodierung richtet sich in erster Linie nach der Fehlerstatistik. Im wesentlichen muss zwischen regellos auftretenden Fehlern (random errors) und Büschelfehlern (burst errors) unterschieden werden. Grundsätzlich sei festgehalten, dass eine Kanalcodierung die Fehlerwahrscheinlichkeit nur reduziert und niemals das Auftreten von Fehlern völlig unterbinden kann.

---

<sup>2</sup> Zum Beispiel RS 232 Schnittstelle.

Was	Zweck	Wie
Quellencodierung	Datenkompression Redundanzreduktion	Vocoder Huffmann Code
Kryptographie	Geheimhaltung	Blockcodierung (block cipher)
		kontinuierliche Codierung (stream cipher)
Kanalcodierung	Fehlererkennung Fehlerkorrektur Signalanpassung	Blockcodierung (block code)
		kontinuierliche Codierung (convolutional code)

Tabelle 1-3 Codierung

## 1.3 Filterung

### 1.3.1 Definition der Filterung

#### DEFINITION 1-3

Unter **Filterung** versteht man die Veränderung oder Trennung von informations-tragenden Signalen.

### 1.3.2 Zweck der Filterung

Bei der **Filterung** geht es einerseits um die

- Trennung der einzelnen Signale einer mehrfach ausgenützten Übertra-gungs-Verbindung oder
- die Verformung eines Signals vor oder nach der Übertragung, um es besser an die Eigenschaften eines Übertragungskanals anzupassen.

### 1.3.3 Filterarten

#### **Signaltrennung:**

Wie im nächsten Abschnitt erläutert wird, bestehen Zeit- und Frequenzmultiplex-signale aus ineinander verschachtelten Einzelsignalen, die auf der Empfangsseite wieder voneinander getrennt werden müssen. Diese **Signaltrennung** wird im Zeit-bereich mit Hilfe von **Zeitfiltern**, im Frequenzbereich mit **Frequenzfiltern** durchge-führt.

Bei den Zeitfiltern handelt es sich um periodisch betätigte, elektronische Schalter, die auf den entsprechenden Zeitausschnitt synchronisiert sind.

Frequenzfilter für die Signaltrennung haben die Eigenschaft, dass die Signalkomponenten in einem bestimmten Frequenzbereich mehr oder weniger unverändert durchgelassen, daneben aber weitgehend unterdrückt werden. Man spricht hier von **Bandpässen** sowie von **Tiefpässen**, falls der Durchlassbereich die Frequenz Null einschliesst.

#### **Signalformung:**

Für die Signalverformung werden dem Signal angepasste Filter, **Matched Filter** für die Signalregeneration verwendet. Bei bekannten Übertragungseigenschaften eines Übertragungskanals kann das Nutzsignal schon vor dem Senden durch ein geeignetes Filter vorgeformt werden.

### 1.4 Multiplexierung

Ein weiterer wichtiger Zweck der Signalaufbereitung ist die effiziente Ausnutzung der verfügbaren Übertragungskapazitäten mit der Hilfe der Mehrfachausnutzung, der sogenannten **Multiplexierung**.

#### DEFINITION 1-4

**Multiplexierung** ist die Aufteilung eines Übertragungskanals in  $n$  weitere, unabhängige Übertragungskanäle.

Im Sinne dieser Definition ist die **Raummultiplexierung**, d.h. die Vervielfachung der zur Verfügung stehenden Übertragungskanäle keine Multiplexierung im eigentlichen Sinne.

Aufgrund der möglichen Darstellungsformen eines Signales als Zeitsignal oder Spektrum erkennt man sofort zwei technische Möglichkeiten der Multiplexierung.

Im Falle des **Frequenzmultiplex** wird das für die Übertragung zur Verfügung stehende Spektrum in einzelne Kanäle unterteilt. Jeder Unterkanal verfügt somit nur über einen gewissen Anteil am gesamten Spektrum.

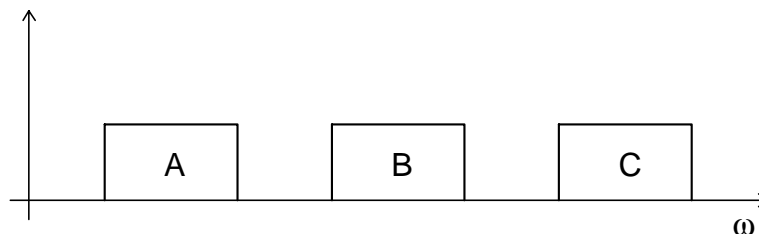


Fig. 1-6 Frequenzmultiplex

Im Falle des **Zeitmultiplex** wird die für die Übertragung zur Verfügung stehende Zeit in einem Übertragungskanal in kleinere, meist periodische Zeitbereiche aufgeteilt. Es werden also über denselben Kanal unabhängige Stützwerte von verschiedenen Zeitdiskreten Signalen übertragen.

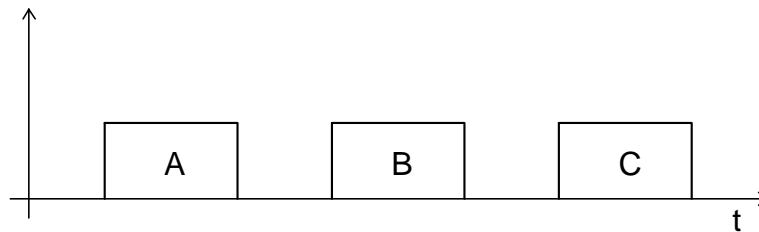


Fig. 1-7 Zeitmultiplex

Im Falle des **Codemultiplex** werden auf demselben Spektrum, zur derselben Zeit mehrere unabhängige Signale übertragen. Die Grundlage für diese Technik sind speziell codierte Breitbandssignale, von denen jedes die ganze Kanalbreite belegt. Bei korrekter Synchronisation der Codesequenzen ist auf der Empfangsseite eine Trennung möglich. Konsequenterweise wird diese Art der Mehrfachausnutzung als **Codemultiplex** bezeichnet; die entsprechenden Modulationsmethoden fasst man unter dem Begriff **Spread Spectrum** - Technik zusammen.

Es können somit prinzipiell drei verschiedene Multiplexverfahren unterschieden werden:

Frequenzmultiplex	Frequency Division Multiple Access	FDMA
Zeitmultiplex	Time Division Multiple Access	TDMA
Codemultiplex	Code Division Multiple Access	CDMA

Tabelle 1-4 Multiplexverfahren

Selbstverständlich können diese Verfahren auch kombiniert werden.

## 2 Amplitudenmodulation

Der Sinusträger bietet drei Signalparameter, die wir beeinflussen können. Entsprechend unterscheiden wir Amplitudenmodulation für die beeinflusste Amplitude, Frequenzmodulation und Phasenmodulation für die beeinflusste Frequenz oder Phase.<sup>3</sup>

$$u_T(t) = A \cos(\omega_T t + \varphi_T)$$

$A = \text{Amplitude}$   
 $\omega_T = (\text{Kreis-})\text{Frequenz (des Trägers)}$   
 $\varphi_T = \text{Phase}$

(2 - 1)

### 2.1 Zeitfunktion

#### DEFINITION 2-1

Die **Amplitudenmodulation** entsteht, wenn die Amplitude einer Trägerschwingung von einem zeitabhängigen Signal verändert wird.

Normalerweise wird davon ausgegangen, dass sich die Amplitude der Trägerschwingung linear mit dem Momentanwert des modulierenden Signals ändert. Geschieht diese Änderung um den ursprünglichen Wert der Trägeramplitude, ergibt sich der allgemeine Fall der Amplitudenmodulation.

Wir nehmen ein einfaches Sinussignal als Modulationssignal

$$u_S(t) = \hat{u}_S \cos(\omega_S t + \varphi_S)$$
(2 - 2)

damit keine negativen Amplitudenwerte auftreten addieren wir zu diesem Signal  $\hat{u}_T$  (mit  $\hat{u}_T > \hat{u}_S$ ) und erhalten für die Amplitude

$$A = A(t) = \hat{u}_T + \hat{u}_S \cos(\omega_S t + \varphi_S)$$
(2 - 3)

Somit wird das Zeitsignal der Amplitudenmodulation:

$$u_{AM}(t) = (\hat{u}_T + \hat{u}_S \cos(\omega_S t + \varphi_S)) \cos(\omega_T t)$$

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T (1 + m \cos(\omega_S t + \varphi_S)) \cos(\omega_T t)$$
(2 - 4)

<sup>3</sup> Nachfolgend stehen T für Träger und S für Signal (im Basisband).

## DEFINITION 2-2

Das Verhältnis der Amplitudenänderung zur unmodulierten Trägeramplitude bezeichnet man als **Modulationsindex**  $m$ .<sup>4</sup>

$$m = \hat{u}_S / \hat{u}_T \quad (2 - 5)$$

Oft wird der Modulationsindex in Prozent angegeben. Er ist ein Mass für die Intensität der Modulation.

Die amplitudenmodulierte Trägerschwingung nimmt einen Maximalwert an mit

$$\hat{u}_{Tmax} = \hat{u}_T + \hat{u}_S = \hat{u}_T (1 + m)$$

und einen Minimalwert mit

$$\hat{u}_{Tmin} = \hat{u}_T - \hat{u}_S = \hat{u}_T (1 - m)$$

Eine messtechnische Bestimmung des Modulationsindexes kann über die Zeitfunktion oder das Spektrum der amplitudenmodulierten Schwingung erfolgen. Aus Maximalwert  $A_{max}$  und Minimalwert  $A_{min}$  der Umhüllenden berechnet sich mit

$$A_{max} = \hat{u}_{Tmax} = \hat{u}_T (1 + m)$$

und

$$A_{min} = \hat{u}_{Tmin} = \hat{u}_T (1 - m)$$

der Modulationsindex  $m$  zu

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}} = \frac{A_{pmax} - A_{pmin}}{A_{pmax} + A_{pmin}} = \frac{A_{ppmax} - A_{ppmin}}{A_{ppmax} + A_{ppmin}} \quad (2 - 6)$$

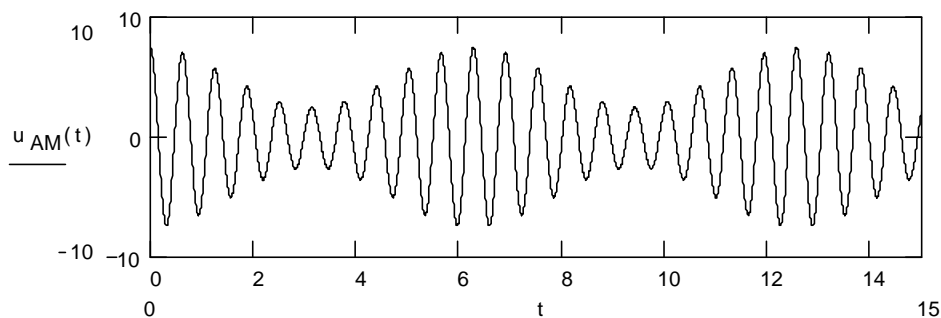


Fig. 2-1 Zeitverlauf eines AM Signals

<sup>4</sup> Der Modulationsindex wird auch **Modulationsgrad** genannt.

## Darstellung im Modulationstrapez

Werden das amplitudenmodulierte Signal  $u_{AM}$  auf die y – Ablenkung und das modulierende Signal  $u_S$  auf die x - Ablenkung eines Kathodenstrahl - Oszillographen gegeben, entsteht das Modulationstrapez.

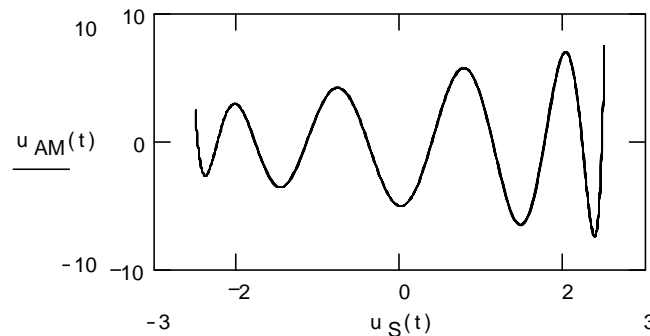


Fig. 2-2 Modulationstrapez (mit [L 7])

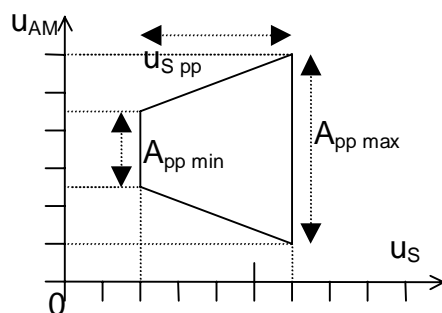


Fig. 2-3 Modulationsindex und Modulationstrapez

Der Modulationsindex  $m$  lässt sich ablesen mit

$$m = \frac{A_{pp\max} - A_{pp\min}}{A_{pp\max} + A_{pp\min}}$$

Mit dem Modulationstrapez lassen sich Nichtlinearitäten der Modulation (des Modulators) erkennen.

## 2.2 Frequenzspektrum

Wir nehmen als erstes ein einfaches Nutzsignal in der Form eines sinusförmigen Signals und berechnen das Spektrum des AM Signals (Einton - AM):

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T [1 + m \cos(\omega_S t)] \cos(\omega_T t)$$

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T [\cos(\omega_T t) + m \cos(\omega_S t) \cos(\omega_T t)]$$

$$\text{mit: } \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\beta + \alpha) + \frac{1}{2} \cos(\beta - \alpha) \quad \text{wird} \quad (2 - 7)$$

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T \left[ \cos(\omega_T t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_T + \omega_S)t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_T - \omega_S)t) \right]$$

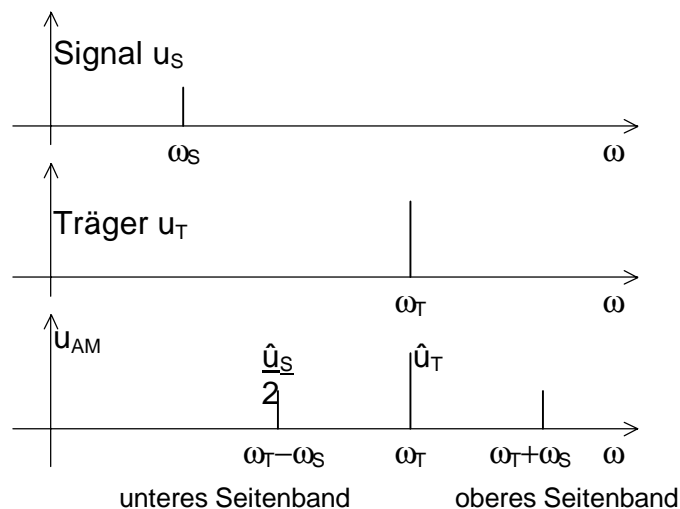


Fig. 2-4 Spektrum der Amplitudenmodulation AM

Aus dieser Umformung können wir folgende Schlussfolgerungen für das Spektrum ziehen:

### Eigenschaften des Frequenzspektrums

- Das Spektrum der sinusförmig amplitudenmodulierten Schwingung enthält den Träger und links und rechts davon im Abstand der Modulationsfrequenz die beiden Seitenschwingungen.
- Das Verhältnis einer Seitenschwingungsamplitude zur Trägeramplitude entspricht dem halben Modulationsindex.

Das Spektrum für ein allgemeines, periodisches Nutzsignal (zerlegt in eine Fourier - Reihe) lautet:

$$u_S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=0}^n [a_k \cdot \cos(k\omega_S t) + b_k \cdot \sin(k\omega_S t)] \quad (2 - 8)$$

daraus lässt sich – ohne Gleichspannungsanteil - folgendes allgemeines Frequenzspektrum einer Amplitudenmodulation herleiten:

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T \left( 1 + m \cdot \sum_{k=0}^n [a_k \cos(k\omega_S t) + b_k \sin(k\omega_S t)] \right) \cdot \cos(\omega_T t)$$

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T [\cos(\omega_T t) \dots$$

$$\dots + m \cdot \left( \sum_{k=0}^n a_k \cos(k\omega_S t) \right) \cos(\omega_T t) \dots$$

$$\dots + m \cdot \left( \sum_{k=0}^n b_k \sin(k\omega_S t) \right) \cos(\omega_T t)] \quad (2 - 9)$$

$$\text{mit: } \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

wird weiter

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T \cdot \left[ \cos(\omega_T t) + \frac{m}{2} \sum_{k=0}^n a_k \cdot \left( \cos((\omega_T + k\omega_S) \cdot t) + \cos((\omega_T - k\omega_S) \cdot t) \right) + \frac{m}{2} \sum_{k=0}^n b_k \cdot \left( \sin((\omega_T + k\omega_S) \cdot t) - \sin((\omega_T - k\omega_S) \cdot t) \right) \right]$$

oder (2 - 10)

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T \cdot \left[ \cos(\omega_T t) \quad : \text{Träger} + \frac{m}{2} \sum_{k=0}^n c_k \cdot \cos((\omega_T + k\omega_S) \cdot t + \varphi_k) \quad : \text{oberes Seitenband} + \frac{m}{2} \sum_{k=0}^n c_k \cdot \cos((\omega_T - k\omega_S) \cdot t - \varphi_k) \right] \quad : \text{unteres Seitenband}$$

Für die Übertragung von Sprache und Musik muss ein ganzes **Band** von Frequenzen auf den Träger moduliert werden. Ein solches Band wird in der natürlichen Lage als ein ansteigendes Dreieck symbolisiert. Durch dieses werden die tiefen und die hohen Frequenzen des natürlichen Bandes gekennzeichnet (es kennzeichnet **nicht** die Amplitudenverteilung innerhalb des Bandes!).

Dies ergibt das folgende „Spektrum“:

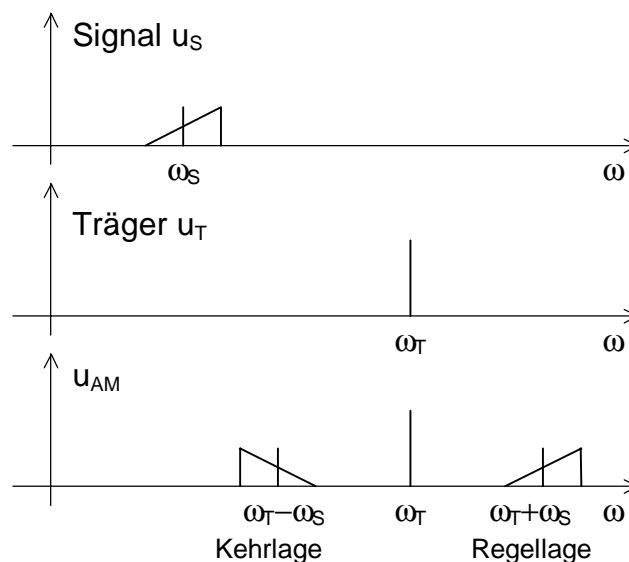


Fig. 2-5 Spektrum der Amplitudenmodulation AM

## DEFINITION 2-3

Im Spektrum der AM erscheint bei der Modulation mit einem Frequenz Band rechts und links des Trägers je ein Frequenzband. Man bezeichnet sie mit **oberes** (upper USB) und **unteres Seitenband** (lower, LSB)<sup>5</sup> (OSB, USB).

## DEFINITION 2-4

Das obere Seitenband tritt in der **Regellage** auf, das untere Seitenband in der sogenannten **Kehrlage**: hohe und tiefe Frequenzen sind im Vergleich zum natürlichen Band invertiert.

## 2.3 Zeigerdiagramm

Während man das Liniendiagramm der sinusförmig modulierten AM - Schwingung durch punktweise Addition der Momentanwerte der drei Einzelschwingungen erhält, erhält man die **Zeigerdarstellung** der AM durch vektorielle Addition der Momentanzustände der drei Zeiger.

Zu diesem Zweck setzt man am besten die beiden Zeiger der Seitenschwingungen an die Spitze des Zeigers der Trägerschwingung (durch Parallelverschiebung).

Man addiert dann zunächst vektoriell die Zeiger der Seitenschwingungen.

Der resultierende Zeiger entspricht der Schwebung des Liniendiagramms, seine Länge ändert sich im Rhythmus der Modulationsfrequenz. Ihn addiert man zum Zeiger der Trägerschwingung und erhält schliesslich den Zeiger der Amplitudenmodulierten Schwingung.

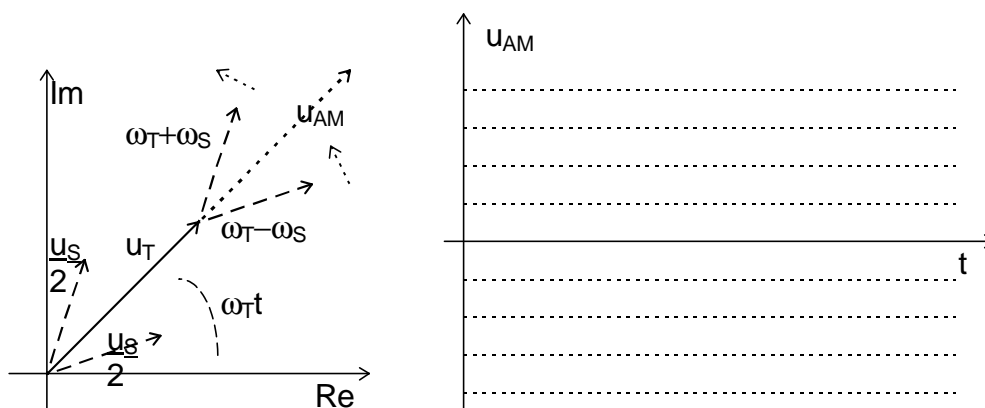


Fig. 2-6 Zeigerdarstellung der AM

Wir können daraus die folgende Schlussfolgerung ziehen:

### Eigenschaften des Zeigerdiagramms

Der aus den Seitenschwingungen resultierende Zeiger hat immer die gleiche Rich-

<sup>5</sup> Meist werden die englischen Abkürzungen verwendet.

tung wie der Zeiger der Trägerschwingung. Demzufolge hat der Zeiger der amplitudenmodulierten Schwingung sowohl die gleiche Richtung als auch die gleiche Winkelgeschwindigkeit wie die Trägerschwingung.

## 2.4 Bandbreite

Ein AM - Signal wird nur dann unverfälscht übertragen, wenn alle Schwingungen seines Spektrums in ihrer Amplitude, in ihrem Frequenzabstand und in ihrer Phasenlage zueinander unverfälscht übertragen werden. Schlussfolgerung:

### Bandbreite

Ein AM - Signal braucht zur Übertragung eine Bandbreite, die mindestens das Doppelte der höchsten Modulationsfrequenz beträgt.

$$B_{AM} = 2 \cdot f_{Smax} \quad (2 - 11)$$

## 2.5 Signalleistung

Die Leistung einer AM - Schwingung ergibt sich als Summe aus der Trägerleistung und den Leistungen der Seitenbänder:

$$P_{AM} = P_{Träger} + P_{USB} + P_{OSB} = P_{Carrier} + P_{LSB} + P_{USB}$$

Damit gilt:

$$P_{AM} = P_{Träger} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right) \quad (2 - 12)$$

Vom Standpunkt der Leistungsökonomie ist die einfache AM offensichtlich ein schlechtes Verfahren: wir verschwenden einen grossen Teil der Leistung um den unmodulierten Träger zu übertragen (Der Träger trägt keine Nachricht).

$$\frac{P_{\text{einSeitenband}}}{P_{Träger}} = \left( \frac{m}{2} \right)^2$$

und (2 - 13)

$$\frac{P_{\text{einSeitenband}}}{P_{AM}} = \frac{\left( \frac{m}{2} \right)^2}{1 + \frac{m^2}{2}} = \frac{m^2}{4 + 2 \cdot m^2}$$

## 2.6 Erzeugung von AM

Weil bei der Modulation neue Frequenzen entstehen, muss der Modulator entweder zeitvariabel (multiplikative Methode) oder nichtlinear (additive Methode) sein.

### 2.6.1 Additive Methode

Prinzipiell genügt irgendeine nichtlineare Kennlinie. Die Spannung am Eintor ist die Überlagerung von Träger  $u_T(t)$ , moduliertem Signal  $u_S(t)$  und einer Gleichspannung  $U_0$ , welche dazu dient, den Arbeitspunkt festzulegen. Wir spiegeln die Gesamtspannung  $u$  an der nichtlinearen Kennlinie. Wegen der Nichtlinearität entstehen neue Frequenzen.

$$U_a = c U_e^2 + U_0$$

Die quadratische Kennlinie ist zur Modulation ideal geeignet, weil die Seitenbänder linear mit dem modulierenden Signal zusammenhängen und keine störenden Modulationsprodukte höherer Ordnung auftreten.

Praktisch verfügbare nichtlineare Bauelemente, z.B. Dioden, haben Kennlinien, welche vom quadratischen Verlauf mehr oder weniger abweichen. Unerwünschte Frequenzanteile müssen mit einem geeigneten Filter unterdrückt werden.

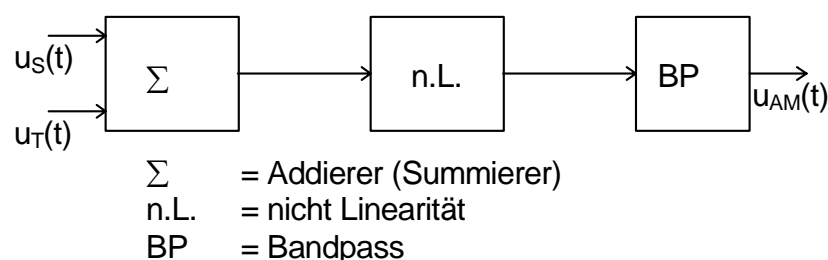


Fig. 2-7 Blockschema additive Methode

### 2.6.2 Multiplikative Methode

Nachrichtensignal und Träger werden mit einer Vierquadrant - Multiplikator - Schaltung multipliziert.

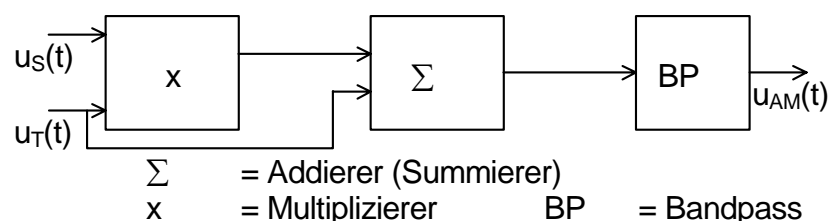


Fig. 2-8 Blockschema multiplikative Methode

Wichtiger als Modulatoren, welche echt das Produkt aus modulierendem Signal und Sinusträger bilden, sind in der Praxis Schaltungen, die zu der Familie der **Schaltmodulatoren** gehören.

Bei diesen ist der im Modulator wirksame Träger keine Sinus-, sondern eine Rechteckschwingung gleicher Grundfrequenz.

Entweder führt man von aussen einen Rechteckträger zu oder der zugeführte Sinus hat eine so hohe Amplitude, dass die Modulatordioden bzw. -transistoren mit Schaltern verglichen werden können, welche mit der Frequenz  $\omega_T$  periodisch geöffnet und geschlossen werden. Von verschiedenen Möglichkeiten haben einfache und doppelte **Gegentaktschaltungen** die grösste Bedeutung.

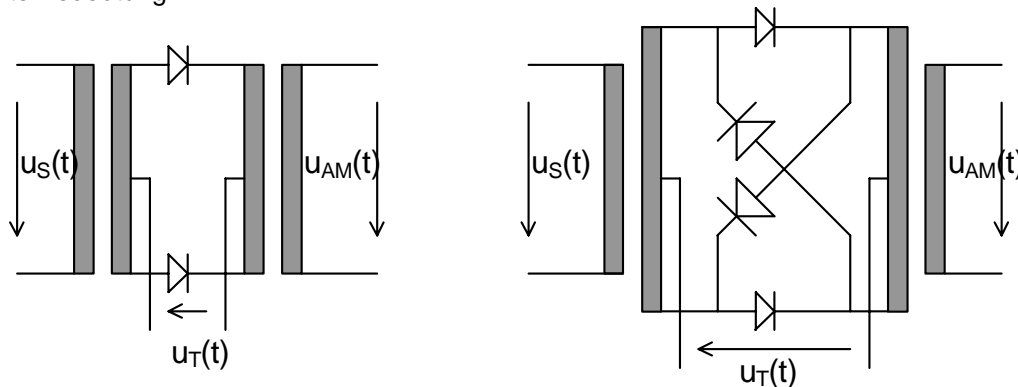


Fig. 2-9 Gegentaktmodulator und Ringmodulator

## 2.7 Demodulation der AM

Wir können mit einer einfachen Gleichrichtung die Hüllkurve der AM rekonstruieren oder mit einer Multiplikation mit dem Träger das Nutzsignal zurückgewinnen.

### 2.7.1 Hüllkurvendetektor

Der Vorteil der AM liegt in den sehr einfachen Demodulations - Schaltungen, deshalb wird sie z.B. beim normalen Mittelwellenrundfunk mit Rücksicht auf die grosse Anzahl der Empfangsgeräte eingesetzt.

Da der Träger die informationstragenden Seitenbänder begleitet, entfällt das Problem der Trägerrückgewinnung. Bereits mit einer einfachen Diode lassen sich Schaltungen für **inkohärente Demodulation** realisieren.

Bei Einweggleichrichtung enthält das Ausgangssignal die Signalfrequenz  $\omega_S$ , wie aus der Fourieranalyse hervorgeht. Durch einen Tiefpass können die höheren Frequenzanteile unterdrückt werden.

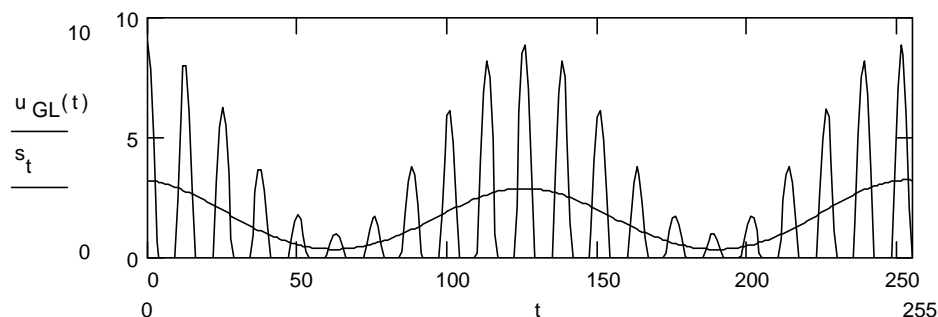


Fig. 2-10 Gleichgerichtetes und gefiltertes Signal

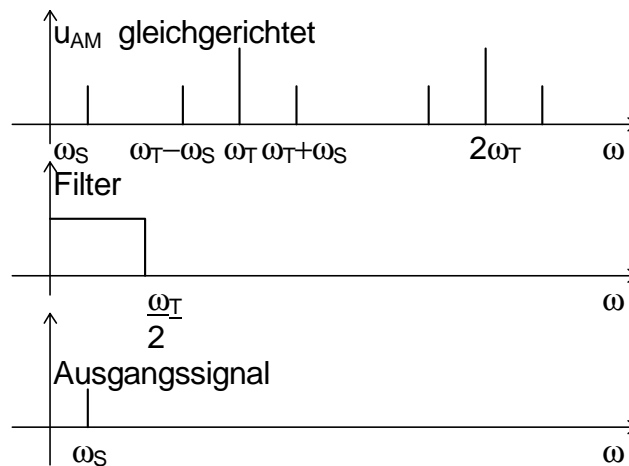


Fig. 2-11 Spektrum bei der Demodulation

Eine ähnliche, häufig verwendete Demodulations-Schaltung erhalten wir durch Spitzengleichrichtung mit geeignet bemessener Entladezeitkonstante. Man spricht dabei vom **Hüllkurvendetektor** oder Enveloppendetektor.

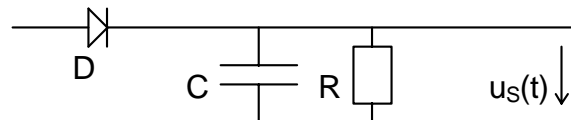


Fig. 2-12 Schema eines Hüllkurvendetektors

Der Kondensator lädt sich bei den positiven Halbwellen auf die Spitzenspannung auf. Hat die Halbwelle ihren Spitzenwert überschritten, so sperrt die Diode, und C entlädt sich langsam über R. Die richtige Bemessung der Zeitkonstante gelingt um so leichter, je besser  $\omega_T \gg \omega_S$  erfüllt ist. Eine bekannte Dimensionierungsvorschrift lautet:<sup>6</sup>

$$T_T < \tau < T_S ; \tau = R C$$

ein optimales  $\tau$  ergibt sich für

$$\tau_{\text{optimal}} = \sqrt{T_S \cdot T_T} \quad (2 - 14)$$

## 2.7.2 Produktdemodulation oder Synchrondemodulation

Eine häufig verwendete Technik heisst **Produktdemodulation**: das modulierte Signal wird mit dem Träger multipliziert und das Produkt mit Hilfe eines Tiefpasses gefiltert. Der Träger muss zu diesem Zweck vorher aus dem modulierten Signal rückgewonnen werden (Trägerrückgewinnung). Wir multiplizieren das AM - Signal mit dem Träger:

$$u_{D(\text{emoduliert})} = u_{AM}(t) \cdot \cos(\omega_T t + \varphi)$$

$$u_D = [\hat{u}_T (1 + m \cos(\omega_S t)) \cos(\omega_T t)] \cos(\omega_T t + \varphi) \quad (2 - 15)$$

<sup>6</sup> Zu berücksichtigen ist jeweils die höchste Signalfrequenz.

und erhalten nach einer Tielpassfilterung:

$$u_D = \frac{\hat{u}_T}{2} \cos \varphi + \frac{m \cdot \hat{u}_T}{2} \cos \varphi \cdot \cos(\omega_S t) \quad (2 - 16)$$

Die Produktedemodulation muss synchron und phasengleich mit der Sendeträgerfrequenz erfolgen. Ein möglicher Trägerfehler geht direkt als Fehler in die empfangene Signalfrequenz über.

Ein Phasenfehler wirkt sich auf die Amplitude des empfangenen Signales proportional zu  $\cos \varphi$  aus.

Der Gleichstromanteil des Signales ist direkt ein Mass für den guten Abgleich, d.h. die Synchronisation der Träger. Man spricht deshalb von Synchrondetektion (der Hüllkurverndetektor dagegen arbeitet asynchron).

Da die Demodulation von ZM Signalen (siehe weiter Hinten) mit dem Produktdemodulator erfolgen muss, wird oft auch bei dieser Modulationsart ein Trägerrest mitgesendet. Die Synchronisation erfolgt dann so, dass entweder direkt mit dem (im Empfänger verstärkten) Trägerrest moduliert wird, oder der Trägerrest dazu verwendet wird, im Empfänger ein Hilfsträgersignal zu synchronisieren.

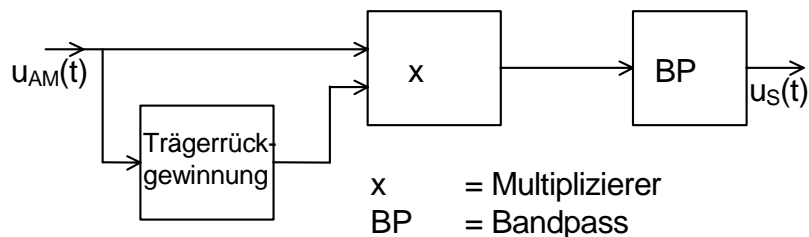
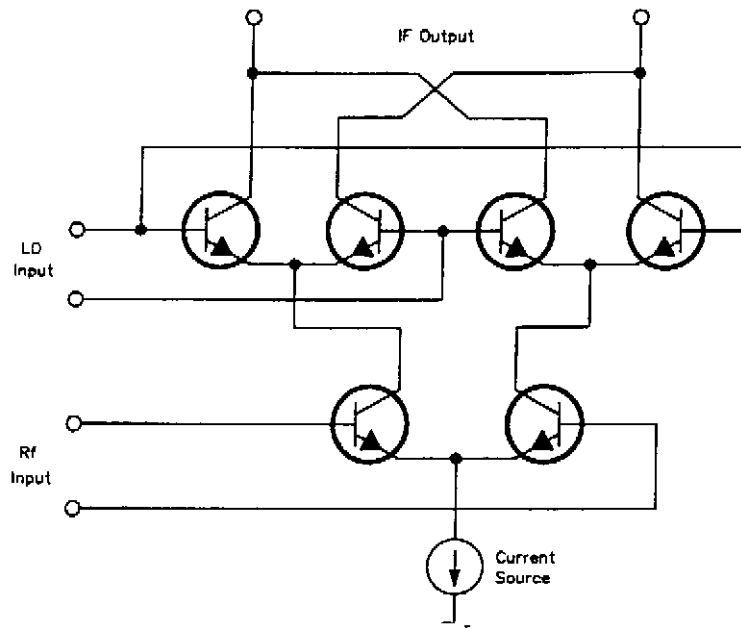


Fig. 2-13 Blockschaltbild zur Synchrondemodulation

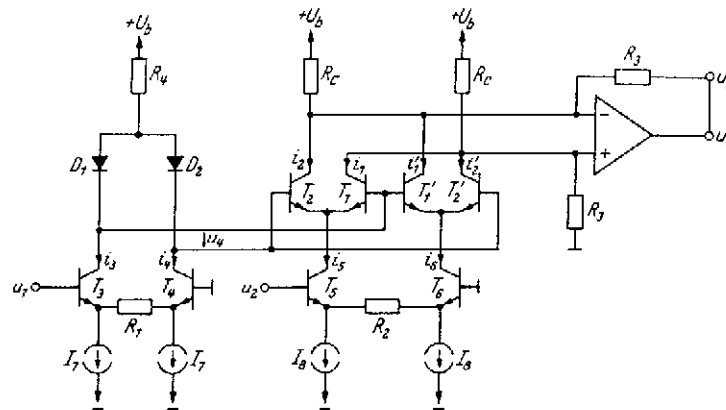
2.8 Anhang zu Kapitel 2



–The Gilbert cell mixer. The Motorola MC1496 and Philips Components-Signetics NE602A are based on this circuit.

Eine Erweiterung zum Vierquadrantenmultiplizierer ist dadurch möglich, daß man einen zweiten Differenzverstärker parallel schaltet, dessen Emittorstrom man mit  $u_2$  gegensinnig steuert. Ein weiterer Nachteil der Schaltung in Abb. 10.100 ist, daß man  $u_1$  auf kleine Werte beschränken muß, um Linearitätsfehler klein zu halten. Dies läßt sich umgehen, wenn man  $u_1$  nicht direkt anlegt, sondern zunächst logarithmiert.

Eine Schaltung, bei der alle diese Gesichtspunkte berücksichtigt sind, zeigt Abb. 10.101. Der Differenzverstärker  $T_1, T_2$  ist der von Abb. 10.100.



Vierquadrantenmultiplizierer mit Stromverteilungssteuerung

$$u_a = \frac{2 R_3}{I_7 R_1 R_2} u_1 u_2$$

### Reversing-Switch Mixers

We can multiply a signal by a square wave without using an analog multiplier at all. All we need is a pair of balun transformers and four diodes (Fig 15.19A).

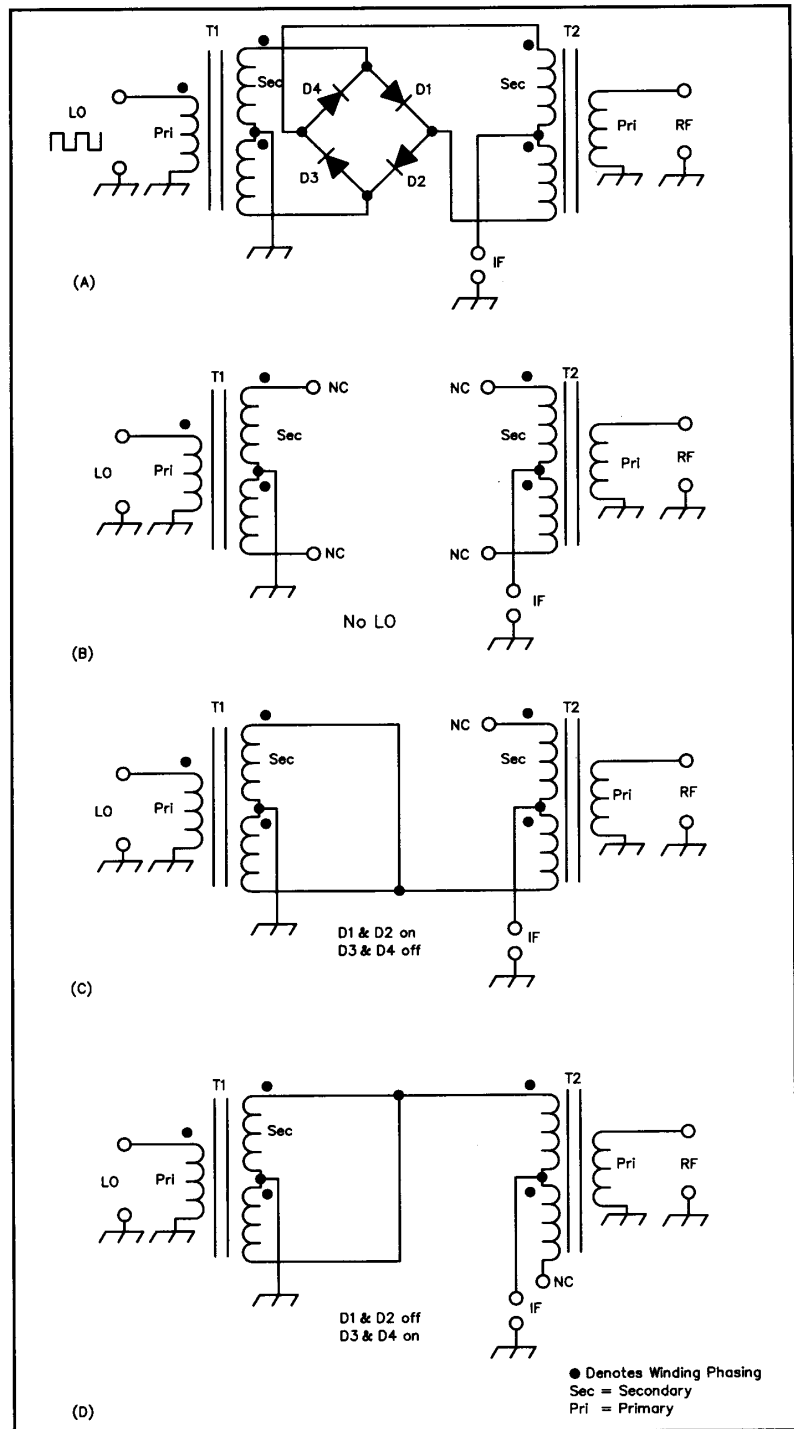
With no LO energy applied to the circuit, none of its diodes conduct (Fig 15.19B). RF-port energy (1) can't make it to the LO port because there's no direct connection between the secondaries of T1 and T2, and (2) doesn't produce

IF output because T2's secondary balance results in energy cancellation at its center tap, and because no complete IF-energy circuit exists through T2's secondary with both of its ends disconnected from ground.

Applying a square wave to the LO port biases the diodes so that, 50% of the time (Fig 15.19C), D1 and D2 are on and D3 and D4 are reverse-biased off. This unbalances T2's secondary by leaving its upper wire floating and connecting its lower wire to ground through T1's secondary and center tap. With T2's secondary unbalanced, RF-port energy emerges from the IF port.

The other 50% of the time (Fig 15.19D), D3 and D4 are on and D1 and D2 are reverse-biased off. This unbalances T2's secondary by leaving its lower wire floating and connecting its upper wire to ground through T1's secondary and center tap. With T2's secondary unbalanced, RF-port energy again emerges from the IF port—shifted  $180^\circ$  relative to the first case because T2's active secondary wires are now, in effect, transposed relative to its primary.

A reversing switch mixer's output spectrum is the same as the output spectrum of a multiplier fed with a square wave. This can be analyzed by thinking of the square wave in terms of its Fourier series equivalent, which consists of the sum of sine waves at the square wave frequency and all of its odd harmonics. The amplitude of the equivalent series' fundamental sine wave is  $4/\pi$  times (2.1 dB greater than) the amplitude of the square wave. The amplitude of each harmonic is inversely proportional to its harmonic number, so the third harmonic is only  $1/3$  as strong as the fundamental (9.5 dB below the fundamental), the 5th harmonic is only  $1/5$  as strong (14 dB below the fundamental) and so on. The input signal mixes with each harmonic separately from the others, as if each harmonic were driving its own separate mixer, just as we illustrated with two sine waves in Fig 15.4. Normally, the harmonic outputs are so widely removed from the desired output frequency that they are easily filtered out, so a reversing-switch mixer is just as good as a sine-wave-driven analog multiplier for most practical purposes, and usually better—for radio purposes—in terms of dynamic range and noise.



**Fig 15.19—A reversing-switch mixer uses fast switching devices, balanced transformers and square-wave LO drive to reverse the RF-port signal's phase at a rate determined by the LO frequency. (Diodes are shown, but BJTs and FETs can also be used, as we'll soon see.) With no LO drive (B), no RF-port energy shows up at the IF port because T2's secondary has no ground return. When the LO waveform goes positive, D1 and D2 turn on and D3 and D4 turn**

**off, unbalancing T2's secondary and giving the IF port a ground return through T1's secondary and its center tap. When the LO waveform goes negative, D1 and D2 turn off and D3 and D4 turn on, again unbalancing T2's secondary and again giving the IF port a ground return. RF-port energy gets through to the IF port in both states; alternately operating T2's secondary halves results in  $180^\circ$  phase reversal from state to state.**

Aus [L 13]

### 3 Verschiedene Arten der Amplitudenmodulation

Die bisherigen Erläuterungen beschreiben allgemein die amplitudenmodulierte Schwingung, die sich aus der Trägerkomponente und den beiden Seitenschwingungen zusammensetzt.

Nachdem gezeigt wurde, dass die Trägerkomponente selbst keine Nachricht enthält und die Information auf beide Seitenbänder gleichermassen verteilt ist, liegt es nahe, zur Reduzierung der Sendeleistung und der notwendigen Bandbreite auf die Übertragung des Trägers und des einen Seitenbandes zu verzichten.

Ganz ohne Einfluss bleiben diese Massnahmen jedoch nicht, denn es gehen dabei die Frequenz und Phasenbezugsgrössen des Trägers verloren, die bei der Demodulation bekannt sein müssen.

#### 3.1 Zweiseitenbandmodulation mit Träger (AM)

Der Vollständigkeit halber werden die Beziehungen für das Modulationsprodukt der amplitudenmodulierten Schwingung nochmals angeführt:

$$\begin{aligned} u_{AM}(t) &= \hat{u}_T [1 + m \cos(\omega_S t)] \cdot \cos(\omega_T t) \\ u_{AM}(t) &= \hat{u}_T [\cos(\omega_T t) + m \cos(\omega_S t) \cdot \cos(\omega_T t)] \\ \text{und mit: } \cos \alpha \cos \beta &= \frac{1}{2} \cos(\beta + \alpha) + \frac{1}{2} \cos(\beta - \alpha) \end{aligned} \quad (3 - 1)$$

$$u_{AM}(t) = \hat{u}_T \left[ \cos(\omega_T t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_T + \omega_S)t) + \frac{m}{2} \cos((\omega_T - \omega_S)t) \right]$$

#### 3.2 Zweiseitenbandmodulation mit Trägerunterdrückung (ZM, DSBSC)

Zur Unterdrückung des Trägers wird die konstante Gleichspannung zu Null gesetzt. Damit verschwindet die Trägerkomponente im Modulationsprodukt.

Man spricht in diesem Fall von Zweiseitenband - Amplitudenmodulation ohne Träger oder Zweiseitenbandmodulation (ZSB - AM, ZM) bzw. von Doppelseitenband - Amplitudenmodulation ohne Träger (engl. Double Sideband, DSB).

$$\begin{aligned} u_{ZM}(t) &= u_S(t) \cdot \cos(\omega_T t) = \hat{u}_S \cdot \cos \omega_S t \cdot \cos \omega_T t \\ u_{ZM}(t) &= \frac{\hat{u}_S}{2} \cdot [\cos((\omega_T + \omega_S)t) + \cos((\omega_T - \omega_S)t)] \end{aligned} \quad (3 - 2)$$

Die praktische Anwendung der ZM finden wir unter anderem in der Stereo - Multiplex Übertragung. Die Summe aus rechtem (R) und linkem (L) Signal wird im normalen Audio Band (30 Hz - 15 kHz) übertragen. Die Differenz L - R wird mit einer Trägerfrequenz, konstruiert aus dem doppelten Pilotton von 19 kHz, d.h. mit 38 kHz ZM moduliert. Das gesamte Stereo - Multiplex - Frequenzband von 53 kHz wird nun z.B. über UKW mit FM übertragen.

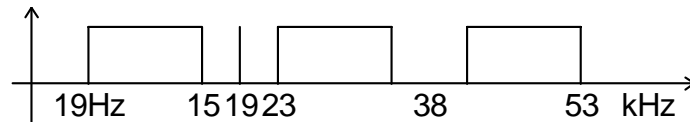


Fig. 3-1 Spektrum des Stereomultiplexsignals

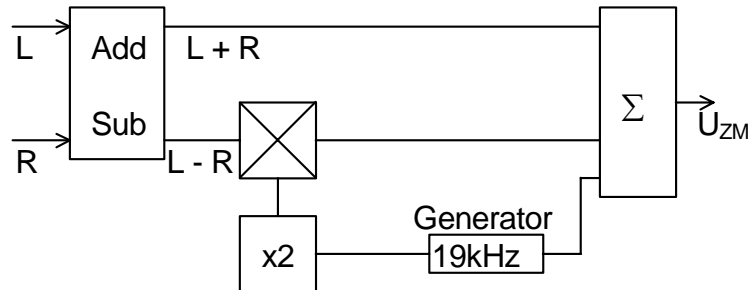


Fig. 3-2 Blockschema für Stereocodierer

### 3.3 Einseitenbandmodulation (EM, SSB)

Die beiden Seitenbänder des AM modulierten Signals enthalten je die vollständige Information, welche durch das modulierende Signal gegeben ist. Es genügt somit, nur eines der zwei Seitenbänder zu übertragen, was die notwendige Bandbreite auf die Hälfte reduziert.

Damit erhält man die sogenannte Einseitenbandmodulation ESB - AM oder EM (single sideband SSB). Es muss dabei unterschieden werden, ob das untere Seitenband (USB) engl. lower Sideband (LSB) oder das obere Seitenband (OSB) engl. upper Sideband (USB) übertragen wird, da das letztere in Regellage und ersteres in Kehrlage erscheint.

Es bestehen im Prinzip zwei unterschiedliche Methoden zur Erzeugung einer EM. Die **Filtermethode** und die **Phasenmethode**.

Bei der **Phasenmethode** werden ein ZM (DSB) Signal und ein je in Signal und Träger um 90 Grad verdrehtes ZM Signal addiert. Wie man mit trigonometrischen Umformungen zeigen kann, fällt dabei ein Seitenband heraus und wir haben nur noch ein Seitenband.

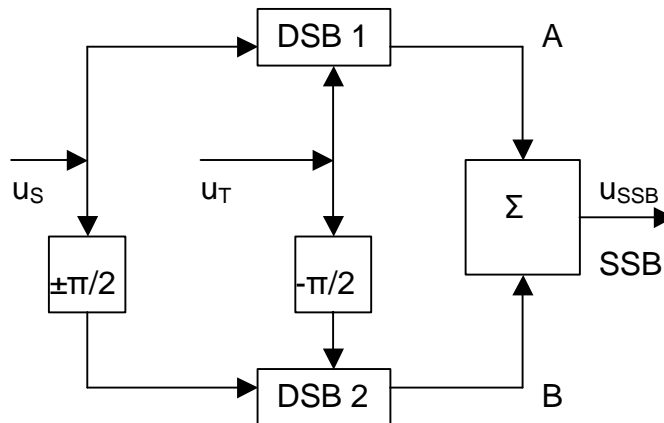


Fig. 3-3 Blockdarstellung zur SSB - Phasenmethode

Die Zweiseitenbandmodulation erscheint nach dem DSB 1 an der Stelle A mit

$$\begin{aligned} \hat{u}_S \cos \omega_S t \cdot \hat{u}_T \cos \omega_T t &= \frac{\hat{u}_S \cdot \hat{u}_T}{2} \cdot [\cos(\omega_T + \omega_S) \cdot t + \cos(\omega_T - \omega_S) \cdot t] \\ &= \frac{\hat{u}_{\text{DSB}}}{2} \cdot [\cos(\omega_T + \omega_S) \cdot t + \cos(\omega_T - \omega_S) \cdot t] \end{aligned}$$

und nach dem DSB 2 an der Stelle B mit

$$\begin{aligned} &\hat{u}_S \cos\left(\omega_S t \pm \frac{\pi}{2}\right) \cdot \hat{u}_T \cos\left(\omega_T t - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{\hat{u}_S \cdot \hat{u}_T}{2} \cdot \left[ \cos\left\{(\omega_T + \omega_S) \cdot t \pm \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right\} + \left\{ \cos(\omega_T - \omega_S) \cdot t \mp \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right\} \right] \\ &= \frac{\hat{u}_{\text{DSB}}}{2} \cdot \left[ \cos\left\{(\omega_T + \omega_S) \cdot t \begin{array}{l} +0 \\ -\pi \end{array}\right\} + \cos\left\{(\omega_T - \omega_S) \cdot t \begin{array}{l} -\pi \\ +0 \end{array}\right\} \right] \end{aligned}$$

Nach der Addition der beiden DSB – Signale erscheint am Ausgang wegen  $\cos(\varphi - \pi) = -\cos \varphi$  ein SSB – Signal.

Die Phasenmethode hat die Schwierigkeit einen genauen Breitband - Phasenschieber für den gesamten Signalfrequenzbereich zu konstruieren. Sie hat sich daher in der Praxis eher weniger durchgesetzt.

Breitband – Phasenschieber lassen sich Allpass – Filtern APF konstruieren:

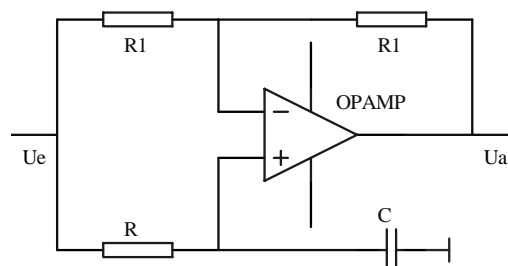


Fig. 3-4 Allpass – Filter mit Operationsverstärker

$$\frac{u_a}{u_e} = \frac{1 - j \cdot \Omega}{1 + j \cdot \Omega}, \quad \Omega = \omega RC$$

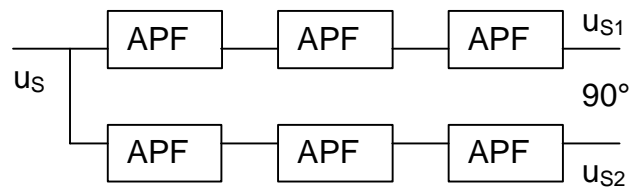


Fig. 3-5 Breitbandphasenschieber

Zwei parallel geschaltete Allpassfilter – Ketten werden so dimensioniert, dass zwischen den beiden Signalen am Ausgang eine möglichst breitbandige 90° Phasenverschiebung entsteht.

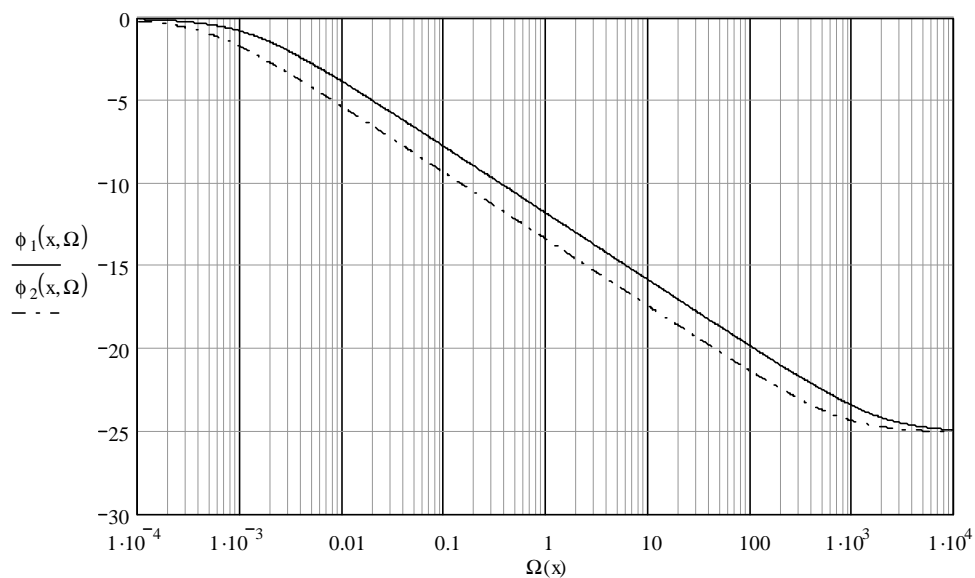


Fig. 3-6 Winkelverhalten von zwei Allpass – Filter – Ketten achter Ordnung in rad

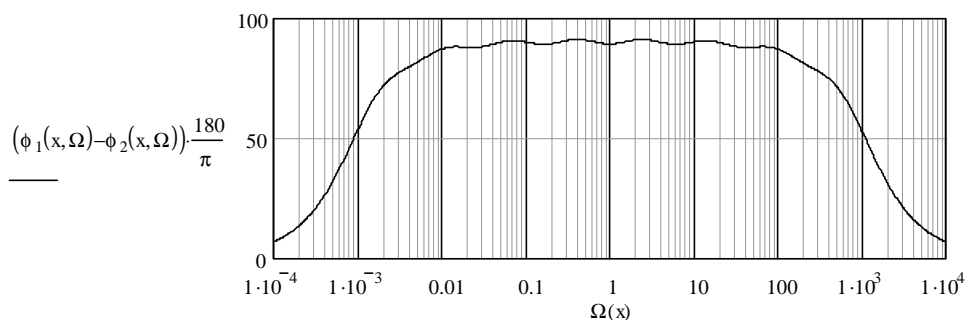


Fig. 3-7 Zugehöriges Verhalten des Differenzwinkels (mit [L 7])

Mit zwei Ketten je achter Ordnung lassen sich über zwei Dekaden mit  $90^\circ \pm 1^\circ$  abdecken.

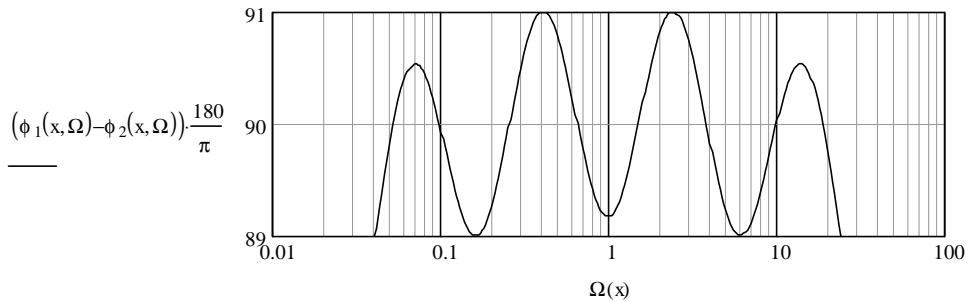


Fig. 3-8 Differenzwinkelverhalten in Grad für  $90^\circ \pm 1^\circ$

Bei der **Filtermethode** wird mittels einer Multiplikation ein ZM (DSB) Signal gebildet und mit einem geeigneten Filter das untere oder obere Seitenband herausgefiltert.

Die Problematik dieser Methode liegt in den Anforderungen an das Filter, d.h. an die Filtersteilheit damit ein Seitenband vollständig durchgelassen, und das andere vollständig unterdrückt wird.

Praktische Anwendungen verwenden darum in der Regel eine sogenannte Zwischenfrequenz (ZF) und Umsetzungen über mehrere Stufen.

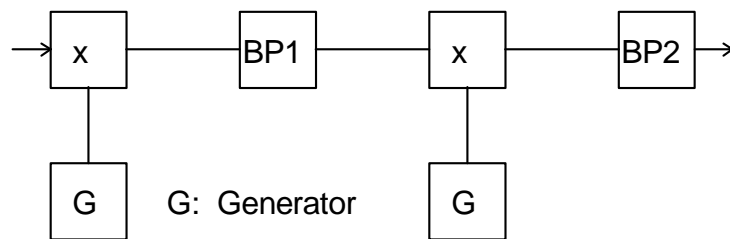


Fig. 3-9 Blockschema zur Erzeugung einer EM (SSB) mit der Filtermethode

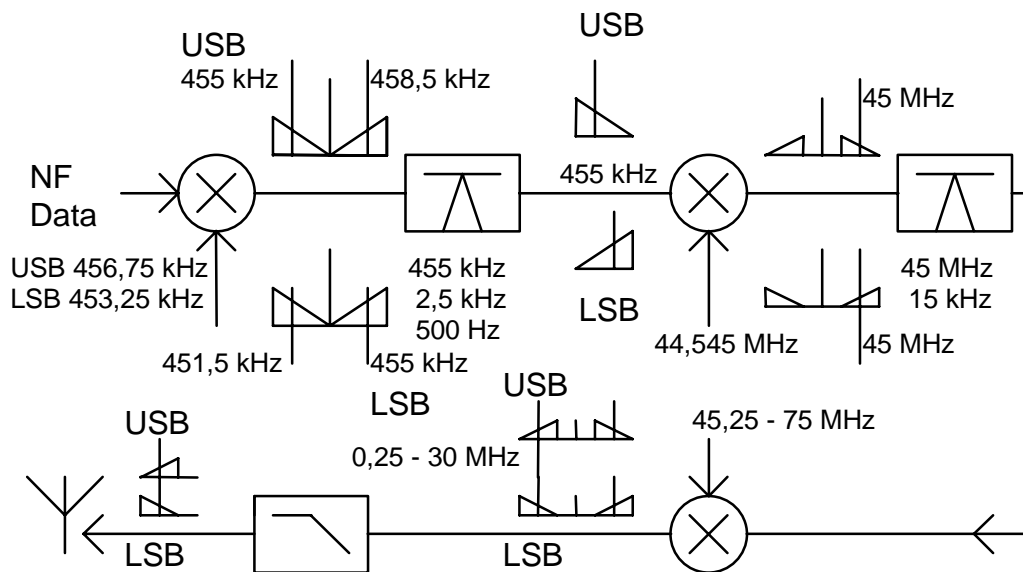


Fig. 3-10 Konkretes Blockschema zur Erzeugung einer EM (SSB) mit der Filtermethode

Das Prinzip der Zwischenfrequenz hat in der Praxis eine weite Verbreitung gefunden und wird oftmals auch bei Empfängern angewendet. Anstelle des Filters wird für die Kanalauswahl die Oszillatorfrequenz verändert.<sup>7</sup>

Man stellt fest, dass bei der EM (SSB) - Modulation das Primärspektrum um die Trägerfrequenz verschoben ist, sonst aber keine neuen Frequenzen entstanden sind. Theoretisch handelt es sich bei der SSB somit nicht mehr um eine eigentliche Modulation, sondern um eine Spektrum - Translation (Verschiebung).

Die Anwendung der EM liegt somit in der Verschiebung der Frequenzen, z.B. für Multiplexierung oder einfache Sprachübertragungs - Systeme (z.B. im Kurzwellenband, KW oder SW).

Das Gehör ist ja bekanntlich nicht empfindlich auf Phasenverschiebungen zwischen den einzelnen Komponenten des Sprachspektrums, so dass auf eine phasenrichtige Rückgewinnung des Trägers für die Demodulation verzichtet werden kann.

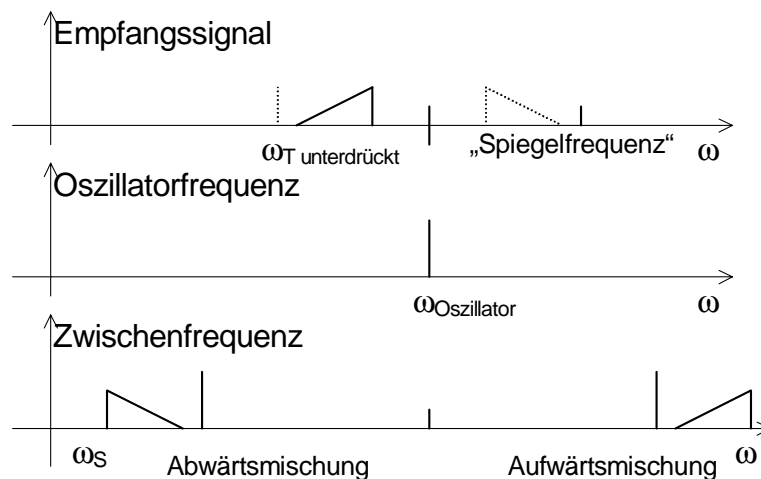


Fig. 3-11 Spektrum einer Zwischenfrequenz

Beim Empfang ist das Spiegelfrequenz - Problem zu beachten. Zudem erscheint an der Zwischenfrequenz bei „Abwärtsmischung“ das Seitenband gespiegelt.

<sup>7</sup> Radioempfänger nach diesem Verfahren werden auch „Superheterodyne“ oder kurz Superhet genannt. Bekannt ist auch der Ausdruck „Überlagerungsempfänger“.

### 3.4 Restseitenbandmodulation (RM)

Die Übertragung des Videosignals beim Fernsehen stellt wegen der grossen Bandbreite von ca. 5 MHz und der sehr tiefen Frequenzanteile des Bildsignals einen nicht einfach zu behandelnden Fall dar.

Einerseits könnte die notwendige Bandbreite auf die Hälfte reduziert werden, wenn SSB angewendet würde, andererseits ist die Filterung wegen der tiefen Frequenzanteile technisch kaum realisierbar.

Der gewählte Kompromiss heisst Restseitenbandmodulation RM (vestigial sideband VSB).<sup>8</sup> Sie ist im Prinzip eine Einseitenbandmodulation, bei welcher der Träger und das nicht benötigte Seitenband nur unvollständig unterdrückt sind. Die Filterung wird einfacher und symmetrisch zum Träger ausgeführt, d.h. das Filter weist an der Stelle des Trägers einen Übertragungsfaktor von 0,5 auf (Nyquistflanke).

---

<sup>8</sup> vestigial: restlich, verkümmert

## 4 Winkelmodulation

Durch Verändern des Momentanphasenwinkels einer Trägerschwingung in Abhängigkeit von einem modulierenden Signal erhält man eine Winkelmodulation. Es wird dabei gleichzeitig eine Änderung der Momentanfrequenz der Trägerschwingung hervorgerufen.

Die Winkelmodulation kann somit als Phasenmodulation oder als Frequenzmodulation betrachtet werden. Die Amplitude der Trägerschwingung bleibt in jedem Fall konstant.

### 4.1 Augenblicksfrequenz

Nur bei rechteckförmiger Modulationsschwingung bleibt die Modulationsspannung längere Zeit auf einem Wert stehen. Bei allen anderen Kurvenformen sind die Augenblickswerte der Spannungen verschieden. Insbesondere gilt dies natürlich bei sinusförmiger Modulationsspannung.

Da die Modulationsspannung nie längere Zeit auf einem Wert stehen bleibt, wird sich innerhalb der WM - Schwingung auch nie eine volle Periode einer bestimmten Frequenz einstellen können. Die Frequenz ist in jedem Augenblick anders.

Man spricht daher von der Augenblicksfrequenz oder **Momentanfrequenz**. Ist keine volle Periode der augenblicklich erzeugten Frequenz vorhanden, so kann auch nicht mehr exakt nach der Formel  $f = 1/T$  mit Hilfe der Periodendauer  $T$  die Augenblicksfrequenz bestimmt werden. Allenfalls kann man aus der Steigung der Schwingungen im Nulldurchgang auf die augenblickliche Frequenz schliessen.

$\varphi = \varphi(t)$  ist eine Funktion der Zeit und Gegenstand der Modulation. Somit kann eine Winkelmodulation beschrieben werden als:

$$u(t) = \hat{u} \cos [\varphi(t)]$$

Wir können zwei Fälle unterscheiden:

- a) Der Zeiger rotiere mit der konstanten Kreisfrequenz  $\omega$ . Dann gilt:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \omega \cdot t + \varphi_0, \text{ wobei } \varphi_0 = \text{konstant} \\ u(t) &= \hat{u} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (4 - 1)$$

- b) Die Kreisfrequenz  $\omega$  sei zeitlich nicht konstant, d.h.  $\omega = \omega(t)$ . In einem kleinen Zeitintervall  $\Delta t$  kann  $\omega(t)$  als konstant betrachtet werden. Die Phase ändert sich dann um den Wert

$$\varphi(t+\Delta t) - \varphi(t) = \omega(t) \Delta t$$

oder umgeformt

$$\omega(t) = \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t}$$

für den Grenzübergang  $\Delta t \rightarrow 0$  gilt

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (4 - 2)$$

Die momentane oder augenblickliche Kreisfrequenz ist demnach gleich der zeitlichen Ableitung der Phase.

#### DEFINITION 4-1

Als **Augenblicksfrequenz** (Momentanfrequenz) bezeichnet man die Änderungsgeschwindigkeit (Ableitung) des Phasenwinkels einer winkelmodulierten Schwingung.

Mit  $\omega = 2\pi f$  erhält man für die Augenblicksfrequenz  $f(t)$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (4 - 3)$$

## 4.2 Zeitsignal

Ansatz für die Winkelmodulation:

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \cos [ \varphi_{WM}(t) ] = \hat{u}_T \cdot \cos[\varphi_T(t) \pm \varphi_{TW}(t)]$$

wobei der Phasenwinkel für sinusförmige Signale sich zusammensetzt aus

$$\varphi_{WM}(t) = \varphi_T(t) + \varphi_{TW}(t) = \omega_T t + \Delta\varphi_T \cos(\omega_S t) \quad ^9$$

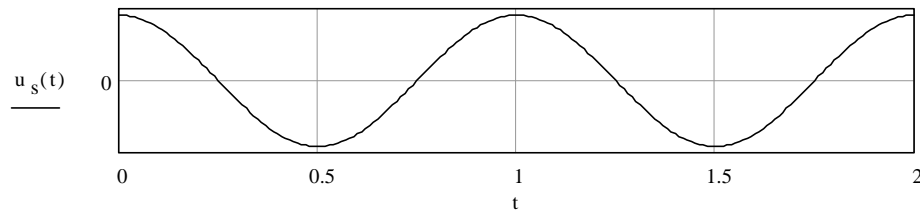
#### DEFINITION 4-2

Die maximale Änderung von  $\varphi_{WM}(t)$  gegenüber  $\varphi_T(t)$  wird als **Phasenhub**  $\Delta\varphi_T$  bezeichnet.

Der Phasenhub ist proportional zu der Signalspannung.

<sup>9</sup>  $\varphi_{TW}(t)$  gibt die Winkeländerung für ein beliebiges Zeitsignal an und ist proportional zu diesem.

$$u_s(t) := U_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$$



$$\phi_T(t) := 2 \cdot \pi \cdot f_T \cdot t \quad \phi_{TW}(t) := \Delta \phi_T \cdot \cos(\omega_s \cdot t) \quad \phi_{WM}(t) := \phi_T(t) + \phi_{TW}(t)$$

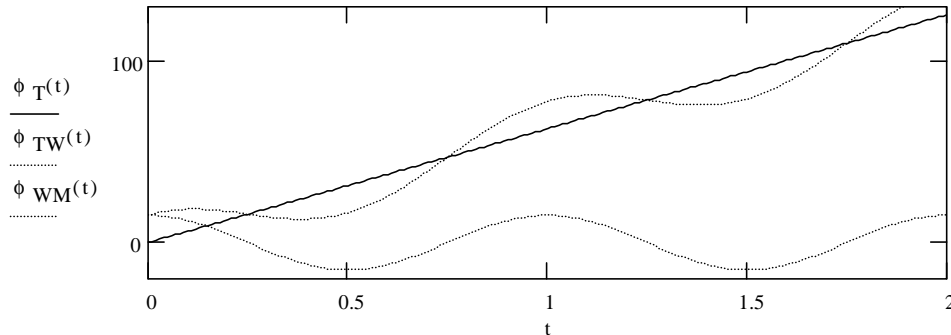


Fig. 4-1 Nutzsinal und Phasenwinkel

Somit gilt ganz allgemein für die Winkelmodulation mit einem sinusförmigen Signal:

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \cos[\omega_T t + \Delta \phi_T \cos(\omega_s t)] \quad (4 - 4)$$

und mit der Definition der Augenblicksfrequenz wird

$$\begin{aligned} f_{WM}(t) &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d(\omega_T t + \Delta \phi_T \cos(\omega_s t))}{dt} \\ &= \frac{1}{2\pi} (\omega_T - \Delta \phi_T \omega_s \sin(\omega_s t)) \\ &= f_T - \Delta \phi_T f_s \sin(\omega_s t) \\ &= f_T - \Delta f_T \sin(\omega_s t) \end{aligned} \quad (4 - 5)$$

#### DEFINITION 4-3

Der **Frequenzhub**  $\Delta f_T$  ist die maximale Veränderung der winkelmodulierten Trägerfrequenz.

$$\phi_{\text{T}}(t) := 2 \cdot \pi \cdot f_{\text{T}} \cdot t \quad \phi_{\text{TW}}(t) := \Delta \phi_{\text{T}} \cdot \cos(\omega_{\text{S}} \cdot t) \quad \phi_{\text{WM}}(t) := \phi_{\text{T}}(t) + \phi_{\text{TW}}(t)$$

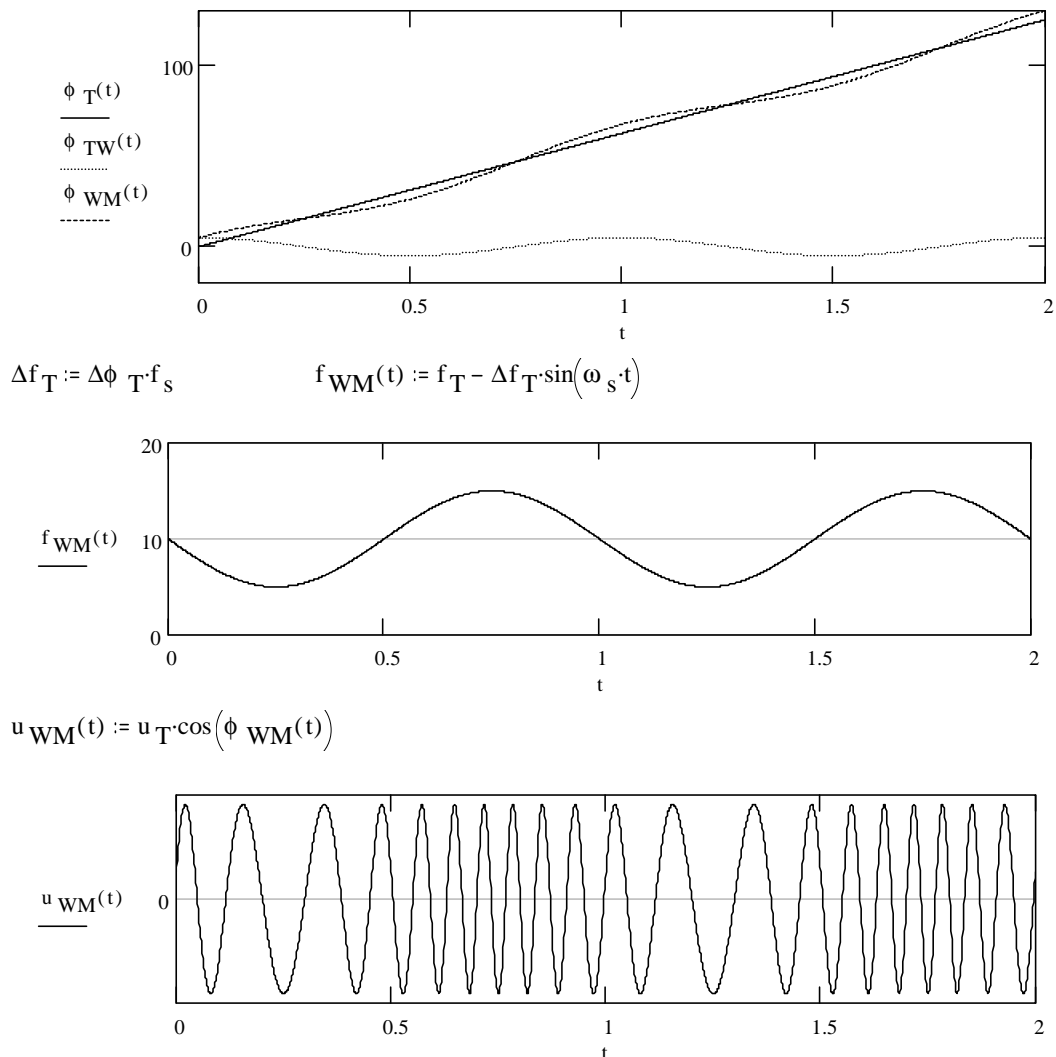


Fig. 4-2 Frequenzverlauf und Zeitfunktion (mit [L 7])

Für sinusförmige Signale gilt die Beziehung:

$$\Delta f_{\text{T}} = \Delta \phi_{\text{T}} f_{\text{S}}$$

Zwischen **Phasenhub** und **Frequenzhub** besteht eine Phasenverschiebung von  $\pi/2$  aufgrund der Differenzierung.

#### DEFINITION 4-4

Das Verhältnis von Frequenzhub zur Signalfrequenz  $\Delta f_{\text{T}}/f_{\text{S}}$  wird **Modulationsindex**  $\eta$  bezeichnet.

Modulationsindex und maximaler Phasenhub sind gleichbedeutend.

Auch die Augenblicksfrequenz kann als Summe einer Trägerfrequenz und einem Wechselanteil dargestellt werden:

$$f_{WM}(t) = f_T + f_{TW}(t) = f_T - \Delta f_T \sin(\omega_{st})$$

Für die Winkelmodulation gibt es zwei mögliche Realisierungen:

- Frequenzmodulation
- Phasenmodulation

je nachdem ob sich die Frequenz oder die Phase proportional mit dem Signal verändert. Die beiden Spezialfälle können **nur** bei **nicht sinusförmigen** Signalen unmittelbar unterschieden werden.

#### 4.2.1 Frequenzmodulation

##### DEFINITION 4-5

Bei der **Frequenzmodulation** weicht die Augenblicksfrequenz  $f_{FM}$  von der Trägerfrequenz  $f_T$  des Modulationsträgers um einen Betrag ab, der proportional dem Augenblickswert des modulierenden Signals ist.

$$f_{FM}(t) = f_T + f_{TW}(t)$$

und somit

$$f_{TW}(t) \sim u_S(t)$$

und damit auch

$$\Delta f_T \sim \hat{u}_S$$

Der Frequenzhub  $\Delta f_T$  ist unabhängig von der Signalfrequenz  $f_S$  aber proportional zu  $\hat{u}_S$ .

Es besteht folgende Beziehung zu der Phase:

$$\varphi_{FM}(t) = 2\pi \int f_{FM}(t) dt = 2\pi f_T t + 2\pi \alpha_{FM} \int u_S(t) dt \quad (4 - 6)$$

$\alpha_{FM}$  = Proportionalitätsfaktor

und somit für den Phasenhub

$$\Delta \varphi_T \sim \hat{u}_S$$

Es gilt aber auch

$$\Delta \varphi_T \sim 1/f_S$$

Nachdem ein Phasenhub bei Frequenzmodulation keine unmittelbare Beziehung zur Signalfrequenz hat, wird das Verhältnis von Frequenzhub  $\Delta f_T$  zur Signalfrequenz  $f_S$ , das im Bogenmass dem Phasenhub entspricht, nun durch den Moduli-

onsindex angegeben.

$$\eta = \Delta\varphi_T = \frac{\Delta f_T}{f_S}$$

Der Modulationsindex hat bei der Frequenzmodulation grosse Bedeutung, da er ein Mass für die **Intensität** der Modulation darstellt.

#### 4.2.2 Phasenmodulation

##### DEFINITION 4-6

Bei der **Phasenmodulation** weicht der Phasenwinkel  $\varphi_{PM}$  des Modulationsprodukts vom Phasenwinkel  $\varphi_T$  des Modulationsträgers um einen Betrag ab, der proportional dem Augenblickswert des modulierenden Signals ist.

$$\varphi_{PM}(t) = \varphi_T + \varphi_{TW}(t)$$

und somit

$$\varphi_{TW}(t) \sim u_S(t)$$

und damit auch

$$\Delta\varphi_T \sim \hat{u}_S$$

Der Phasenhub  $\Delta\varphi_T$  ist unabhängig von der Signalfrequenz  $f_S$  aber proportional zu  $\hat{u}_S$ .

mit folgender Beziehung zu der Frequenz:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = f_T + \frac{\alpha_{PM}}{2\pi} \cdot \frac{du_S(t)}{dt} \quad (4 - 7)$$

$\alpha_{PM}$  = Proportionalitätsfaktor

Für die maximale Frequenzänderung, den Frequenzhub  $\Delta f_T$ , gilt auch hier

$$\Delta f_T \sim \hat{u}_S$$

Bei Phasenmodulation ist nun aber wegen des Differenzierens nach der Zeit der Frequenzhub  $\Delta f_T$  proportional zur Signalfrequenz  $f_S$ :

$$\Delta f_T \sim f_S$$

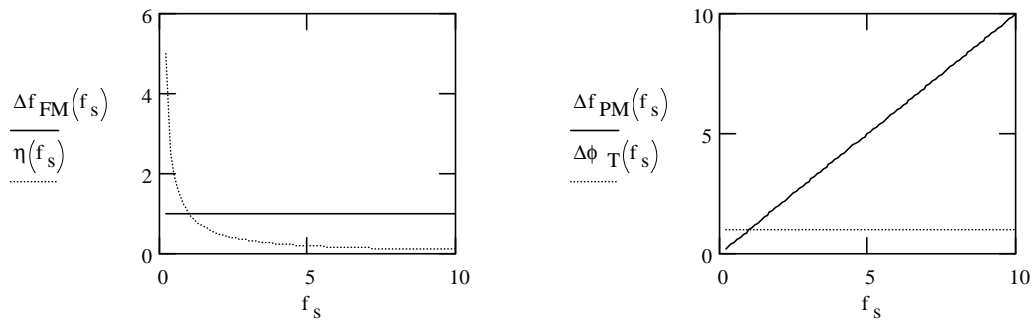


Fig. 4-3 Verlauf von Frequenzhub und Phasenhub bei FM und PM

### 4.3 Spektrum der Winkelmodulation

#### 4.3.1 Kleiner Modulationsindex (bei sinusförmigem Signal)

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \cos(\omega_T t + \Delta \phi_T \cos(\omega_S t))$$

$$\eta = \Delta \phi_T = \frac{\Delta f_T}{f_s} \quad (4 - 8)$$

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \cos(\omega_T t + \eta \cos(\omega_S t))$$

Das Modulationssignal ist sinusförmig. Mit der trigonometrischen Umformung

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

entsteht die neue Form:

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T [\cos(\omega_T t) \cos(\eta \cos \omega_S t) - \sin(\omega_T t) \sin(\eta \cos \omega_S t)] \quad (4 - 9)$$

Hierin tritt der Cosinus einer Cosinusfunktion bzw. der Sinus einer Sinusfunktion auf. Um zunächst zu einer einfachen Lösung zu gelangen, wird die Formel für  $\eta \ll 1$  ausgewertet. Dann kann nämlich für

$$\cos[\eta \cos(\omega_S t)] \approx 1, \quad \eta \ll 1$$

und für

$$\sin(\eta \cos(\omega_S t)) \approx \eta \cos(\omega_S t), \quad \eta \ll 1$$

gesetzt werden.

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T [\cos(\omega_T t) - \eta \sin(\omega_T t) \cos(\omega_S t)] \quad (4 - 10)$$

Das zweite Glied der Klammer wird mit der trigonometrischen Formel

$$\sin a \cos b = 1/2 \sin(a+b) + 1/2 \sin(a-b)$$

umgeformt und man erhält

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \left( \cos(\omega_T t) - \frac{\eta}{2} \sin[(\omega_T + \omega_S)t] - \frac{\eta}{2} \sin[(\omega_T - \omega_S)t] \right) \quad (4 - 11)$$

Dieser Ausdruck besagt, dass sich die WM - Schwingung (für  $\eta \ll 1$ ) aus drei Schwingungen zusammensetzt mit den Frequenzen:

$\omega_T$	Trägerfrequenz
$\omega_T + \omega_S$	Summenfrequenz von Träger und Information
$\omega_T - \omega_S$	Differenzfrequenz von Träger und Information

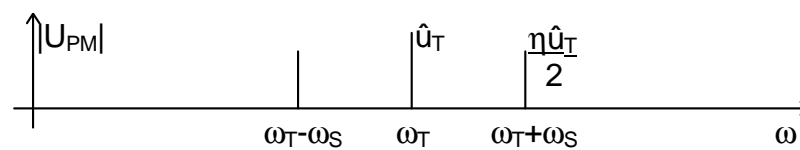


Fig. 4-4 Spektrum bei kleinem Modulationsindex

Man beachte, dass im Gegensatz zur AM die beiden Nebenschwingungen im Spektrum nicht die gleiche Phase wie der Träger aufweisen. Dies kann mit der Zeigerdarstellung verdeutlicht werden.

#### 4.3.2 Besselfunktionen

Im allgemeinen ist der Modulationsindex nicht vernachlässigbar klein. Wir gehen aus von

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T [\cos(\omega_T t) \cos(\eta \cos \omega_S t) - \sin(\omega_T t) \sin(\eta \cos \omega_S t)] \quad (4 - 12)$$

aus  $u_{WM}(t) = \hat{u}_T \cos(\omega_T t + \eta \cos(\omega_S t))$

In einer allgemeinen Form für das Spektrum der WM müssen die Terme

$$J_A(\eta, \omega_S t) = \cos(\eta \cos(\omega_S t))$$

$$J_B(\eta, \omega_S t) = \sin(\eta \cos(\omega_S t))$$

gelöst sein. Mit trigonometrischen Umformungen ist nichts zu erreichen. Die Lösung liegt in den **Besselfunktionen**.

Es gibt mehrere Arten von Besselfunktionen, die alle als Lösungen von Differenzialgleichungen dargestellt werden können. Im Zusammenhang mit WM - Spektren tauchen die Besselfunktionen erster Art, n - ter Ordnung  $J_n(\eta)$  auf ( $n \in \mathbb{I}$ ,  $\eta \in \mathbb{R}$ ).

$$J_n(\eta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\eta}{2}\right)^{n+2k}}{k!(n+k)!} \quad (4 - 13)$$

Die Besselfunktionen können nicht elementar berechnet werden. Die Funktionswerte müssen entweder aus Tabellen (siehe Beilage) gelesen oder mit Hilfe von numerischen Verfahren berechnet werden.

Es genügt, die Besselfunktionen für positive  $n$  zu kennen, denn es gilt:

$$J_{-n}(\eta) = (-1)^n J_n(\eta),$$

und somit auch

$$|J_{-n}(\eta)| = |J_n(\eta)|.$$

Der Einsatz der Besselfunktionen kann folgendermassen erläutert werden. Die oben gegebene Funktion für  $u_{WM}(t)$  lässt sich schreiben als

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \cdot \operatorname{Re} \left[ e^{j(\omega_T t + \eta \cos(\omega_S t))} \right] = \hat{u}_T \cdot \operatorname{Re} \left[ e^{j\omega_T t} \cdot e^{j\eta \cos(\omega_S t)} \right] \quad (4 - 14)$$

Der zweite Faktor lässt sich in eine Potenz - Reihe entwickeln. Nach einigen Umformungen wird

$$e^{j\eta \cos(\omega_S t)} = J_0 + 2jJ_1(\eta) \cos(\omega_S t) + 2j^2 J_2(\eta) \cos(2\omega_S t) + 2j^3 J_3(\eta) \cos(3\omega_S t) + \dots \quad (4 - 15)$$

oder in der Summenform aus Realteil und Imaginärteil

$$\begin{aligned} \cos(\eta \cos(\omega_S t)) &= J_0(\eta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} j^{2n} J_{2n}(\eta) \cos(2n\omega_S t) \\ \sin(\eta \cos(\omega_S t)) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} j^{(2n-1)} J_{(2n-1)}(\eta) \cos((2n-1)\omega_S t) \end{aligned} \quad (4 - 16)$$

Damit ist zu bilden

$$\begin{aligned} u_{WM}(t) &= \hat{u}_T \cdot \operatorname{Re} \left[ e^{j\omega_T t} \cdot e^{j\eta \cos(\omega_S t)} \right] = \\ &= \hat{u}_T \cdot \operatorname{Re} \left[ \left\{ \cos(\omega_T t) + j \sin(\omega_T t) \right\} \cdot e^{j\eta \cos(\omega_S t)} \right] \end{aligned} \quad (4 - 17)$$

### 4.3.3 Darstellung mit den Besselfunktionen

Die Winkelmodulation lässt sich demnach wie folgt anschreiben:

$$\begin{aligned}
 u_{WM}(t) = & \hat{u}_T J_0(\eta) \cos(\omega_T t) \\
 & - 2\hat{u}_T J_1(\eta) \sin(\omega_T t) \cos(\omega_S t) \\
 & - 2\hat{u}_T J_2(\eta) \cos(\omega_T t) \cos(2\omega_S t) \\
 & + 2\hat{u}_T J_3(\eta) \sin(\omega_T t) \cos(3\omega_S t) \\
 & + 2\hat{u}_T J_4(\eta) \cos(\omega_T t) \cos(4\omega_S t) \\
 & - 2\hat{u}_T J_5(\eta) \dots
 \end{aligned} \tag{4 - 18}$$

oder umgeformt mit

$$\begin{aligned}
 2 \sin a \cos b &= \sin(a+b) + \sin(a-b) \\
 2 \cos a \cos b &= \cos(a+b) + \cos(a-b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_{WM}(t) = & \hat{u}_T J_0(\eta) \cos(\omega_T t) \\
 & - \hat{u}_T J_1(\eta) \cdot \{ \sin[(\omega_T + \omega_S) \cdot t] + \sin[(\omega_T - \omega_S) \cdot t] \} \\
 & - \hat{u}_T J_2(\eta) \cdot \{ \cos[(\omega_T + 2\omega_S) \cdot t] + \cos[(\omega_T - 2\omega_S) \cdot t] \} \\
 & + \hat{u}_T J_3(\eta) \cdot \{ \sin[(\omega_T + 3\omega_S) \cdot t] + \sin[(\omega_T - 3\omega_S) \cdot t] \} \\
 & + \hat{u}_T J_4(\eta) \cdot \{ \cos[(\omega_T + 4\omega_S) \cdot t] + \cos[(\omega_T - 4\omega_S) \cdot t] \} \\
 & - \hat{u}_T J_5(\eta) \cdot \dots
 \end{aligned} \tag{4 - 19}$$

und nach einer Zusammenfassung:

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\eta) \cos \left[ \omega_T t + n \cdot \left( \omega_S t + \frac{\pi}{2} \right) \right] \tag{4 - 20}$$

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \cos[\omega_T t + \Delta\varphi_T \cos(\omega_S t)] \tag{4 - 21}$$

## 4.4 Signalleistung

Aus der nun bekannten Darstellung des Sendesignals

$$u_{WM}(t) = \hat{u}_T \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\eta) \cos \left[ \omega_T t + n \cdot \left( \omega_S t + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

kann die Leistung direkt aus den Spektrallinien mit  $J_n(\eta)$  abgelesen werden.

$$P_{WM} = \frac{1}{2} \frac{\hat{u}_T^2}{R} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\eta)$$

$$\text{wobei: } \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\eta) = 1 \quad (\text{ohne Beweis}) \quad (4 - 22)$$

$$P_{WM} = \frac{1}{2} \frac{\hat{u}_T^2}{R}$$

**Die gesamte Leistung des modulierten Sendesignals ist gleich gross wie jene der unmodulierten Trägeramplitude.**

Das Modulationssignal beeinflusst die Leistung nicht. Die Leistung ist vorhanden, unabhängig davon, ob moduliert wird oder nicht.

Je nach Modulationsindex wird gewissermassen Trägerleistung an das Spektrum gegeben. Bei  $\eta = 2,4$ ,  $\eta = 5,5$ ,  $\eta = 8,7$  verschwindet der Träger ganz.

#### 4.5 Bandbreite

Grundsätzlich ist die Bandbreite eines WM - Sendesignals unendlich gross. Wenn aber nur Seitenbandamplituden berücksichtigt werden, die grösser sind als 10% der nicht modulierten Trägeramplitude, erhält man die sogenannte **Carson - Bandbreite**:<sup>10</sup>

$$B_{WM} = 2(\Delta f_T + f_S) = 2 f_S (\Delta \varphi_T + 1) = 2 f_S (\eta + 1) \quad (4 - 23)$$

Bei Berücksichtigung von Seitenbandamplituden von  $\geq 1\%$  der nicht modulierten Trägeramplitude gilt:

$$B_{WM} = 2(\Delta f_T + 2f_S) = 2 f_S (\Delta \varphi_T + 2) = 2 f_S (\eta + 2) \quad (4 - 24)$$

Bei der Amplitudenmodulation beträgt das Verhältnis zwischen Bandbreite  $B_{AM}$  und Modulationsfrequenz  $f_S$  vergleichsweise

$$B_{AM}/f_S = 2$$

<sup>10</sup> 10% der Trägeramplitude ohne Modulationssignal, das heisst für  $J_0 = 1$ .

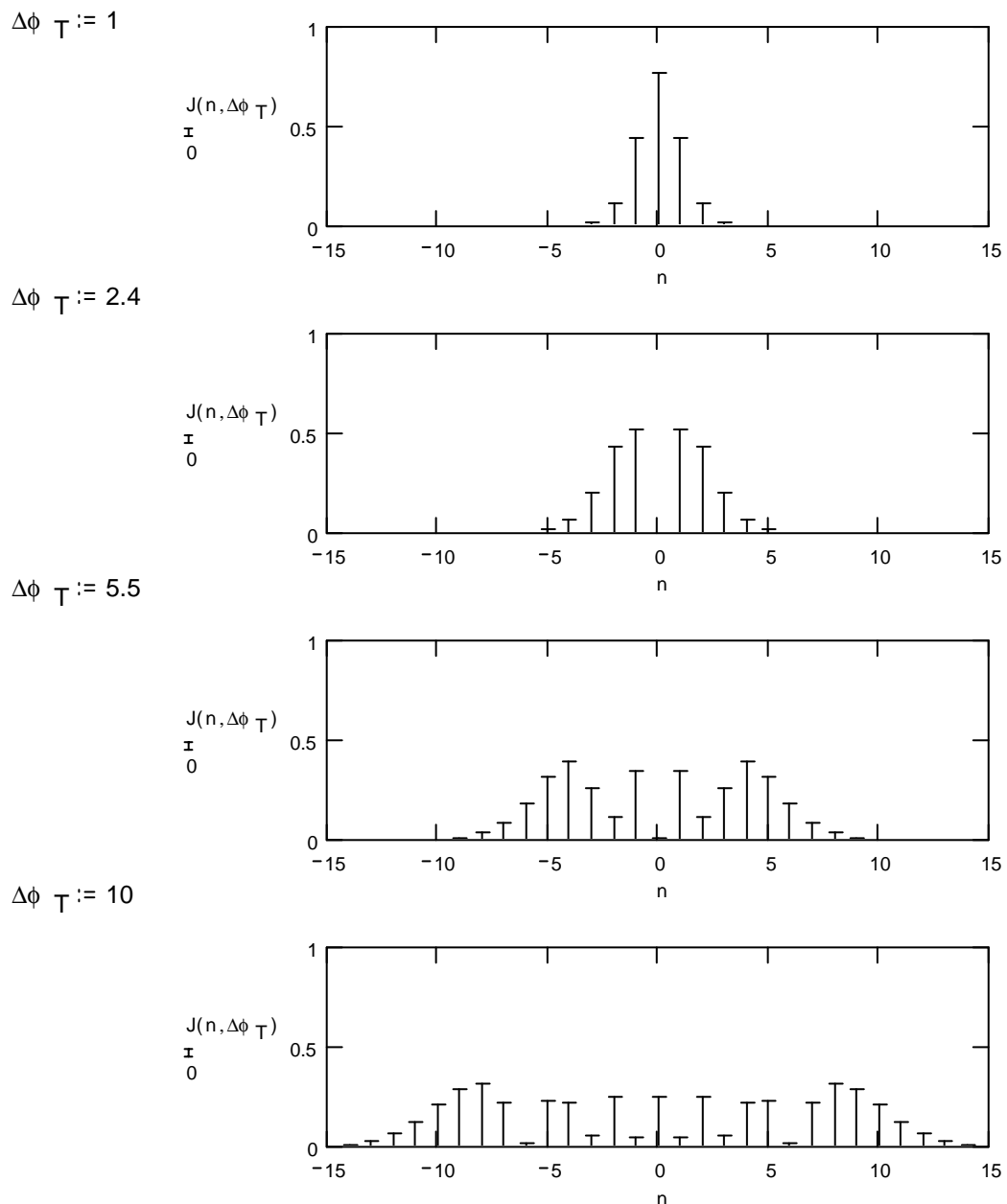


Fig. 4-5 Spektren der winkelmodulierten Schwingung bei unterschiedlichem Phasenhub

Dieses Verhältnis ist bei FM immer grösser als zwei:

$$\frac{B_{FM}}{f_S} = \frac{2(\Delta f + f_S)}{f_S} = 2 \left( 1 + \frac{\Delta f}{f_S} \right) = 2(1 + \eta) \quad (4 - 25)$$

Der Bandbreitenbedarf ist also bei WM (FM und PM) grösser als bei AM. Die Bandbreite ist bei WM abhängig vom gewählten Hub bzw. Modulationsindex.

## 4.6 Preemphasis

Bei der Frequenzmodulation nimmt der Phasenhub (der Modulationsindex) mit steigender Signalfrequenz bei konstantem Frequenzhub ab.

$$\Delta\varphi_T = \eta = \frac{\Delta f_T}{f_S}$$

Somit sinkt der Störabstand mit steigender Modulationsfrequenz. Man erhöht darum mit steigender Modulationsfrequenz den Frequenzhub.

Bei tiefen Signalfrequenzen wird FM moduliert, bei hohen Signalfrequenzen wird praktisch eine PM realisiert. Praktisch wird dieser Effekt so erzielt, dass das Signal mit einem Hochpass vorverzerrt wird.

### DEFINITION 4-7

Bei der **Preemphasis** werden die höherfrequenten Signalanteile mit einer grösseren Amplitude moduliert (Emphase [Griech.] = Nachdruck oder Akzentuierung).

Auf der Empfangsseite muss nach dem Demodulator die Preemphasis durch eine entgegengesetzt wirksame Deemphasis rückgängig gemacht werden, um einen linearen Amplitudengang zu erhalten.

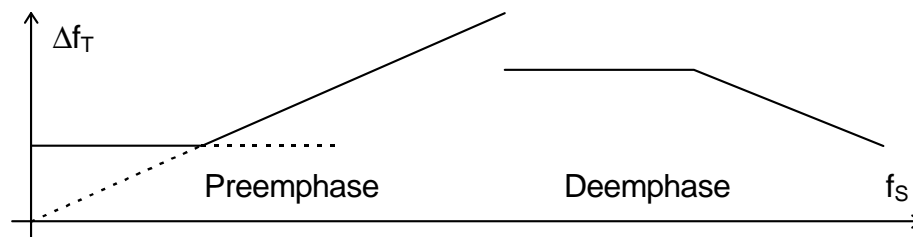


Fig. 4-6 Pre- und Deemphasis

Für praktische Anwendungen des Rundfunks und des Fernsehens bestehen Normen, welche die Eckfrequenzen des Preemphasis (und somit des Deemphasis) festlegen.

## 4.7 Erzeugung einer Winkelmodulation

Die Winkelmodulation einer Trägerschwingung kann nach dem Verfahren der Frequenzmodulation oder nach einem Verfahren der Phasenmodulation erfolgen. In nahezu allen praktisch vorkommenden Anwendungsfällen wird aber von der Erzeugung einer Frequenzmodulation ausgegangen.

#### 4.7.1 Erzeugung einer Frequenzmodulation

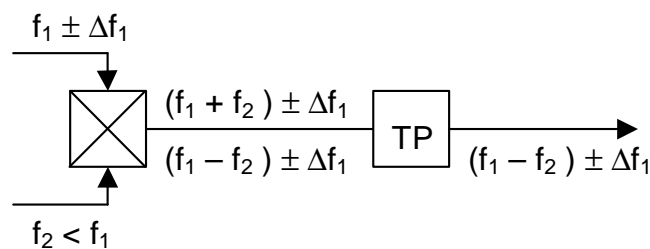
Eine Frequenzmodulation erhält man, wenn die Schwingfrequenz eines Oszillators im Rhythmus des modulierenden Signals verändert wird. Als frequenzbestimmende Elemente von Oszillatoren dienen Schwingkreise oder RC - Glieder.

Die Schwingfrequenz eines LC - Oszillators kann über eine steuerbare Induktivität oder Kapazität beeinflusst werden. Meist verwendet man dazu Kapazitätsdioden, deren Sperrschichtkapazität abhängig von der anliegenden Spannung ist.

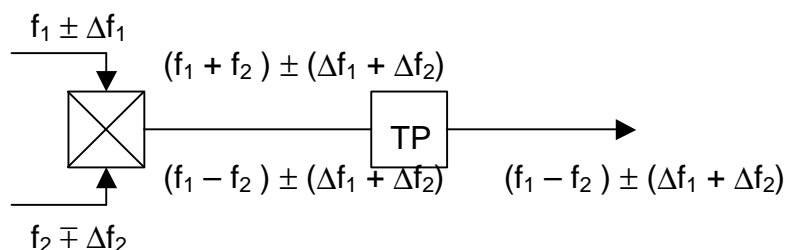
Bei geringen Frequenzänderung kann von einem linearen Zusammenhang zwischen Schwingfrequenz und Steuerspannung ausgegangen werden. Sehr bald aber machen sich die Nichtlinearitäten zweiter und höherer Ordnung bemerkbar. Die quadratischen Verzerrungen können durch eine Gegentaktschaltung von zwei Kapazitätsdioden verringert werden.

Die üblicherweise bei guter Linearität erreichbaren Werte für die Frequenzänderung liegen in der Größenordnung von einem Prozent der Trägerfrequenz. Um zu einem grösseren Frequenzhub zu gelangen, unter Beibehaltung der Forderung nach guter Linearität, gibt es verschiedene Möglichkeiten:

- a) Die Frequenzmodulation wird auf einer höheren Trägerfrequenz erzeugt, wo die relative Frequenzänderung gering ist, und dann durch Mischung auf die gewünschte niedrige Trägerfrequenz umgesetzt.



- b) Es werden zwei verschiedene relativ hohe Trägerfrequenzen gegenphasig frequenzmoduliert und über eine Mischstufe mit nachgeschaltetem Tiefpassfilter die Differenzfrequenz mit dem Summenfrequenzhub der beiden Modulatoren ausgesiebt.



- c) Die Frequenzmodulation wird mit geringem Frequenzhub bei niedriger Trägerfrequenz  $f_1$  erzeugt und durch Frequenzvervielfachung mit dem Faktor  $n$  in die Frequenz  $f_2$  mit dem Frequenzhub  $\Delta f_2 = n \Delta f_1$  umgesetzt.

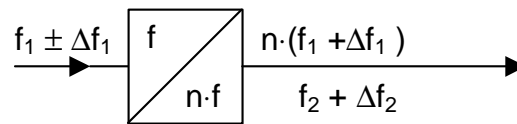


Fig. 4-7 Frequenzmodulation mit Frequenzvervielfachung

Zur Erzeugung einer frequenzmodulierten Schwingung kann auch ein astabiler Multivibrator dienen, bei dem ein frequenzbestimmender Widerstand durch das modulierende Signal beeinflusst wird.

#### 4.7.2 Erzeugung einer Phasenmodulation

Als Nachteil der direkten Frequenzmodulation erweist sich, dass nicht von einer quarzstabilisierten Trägerfrequenz ausgegangen werden kann. Dies ist jedoch möglich bei den Verfahren der Phasenmodulation.

Die einfachste Methode zur Erzeugung einer Phasenmodulation basiert auf der Addition einer Amplitudenmodulierten Schwingung mit einer dazu um  $90^\circ$  phasenverschobenen unmodulierten Komponente der Trägerschwingung.

Eine in der phasenmodulierten Schwingung noch enthaltene Amplitudenmodulation kann durch Amplitudenbegrenzung unterdrückt werden. Der erreichbare Phasenhub ist gering und liegt etwa bei  $\Delta\varphi_T = 0,2..0,3$ .

Grössere Werte des Phasenhubes erreicht man durch Unterdrückung des Trägers bei der amplitudenmodulierten Schwingung oder durch gegensinnige Amplitudenmodulation einer  $0^\circ$  - und einer  $90^\circ$  - Komponente der Trägerschwingung.

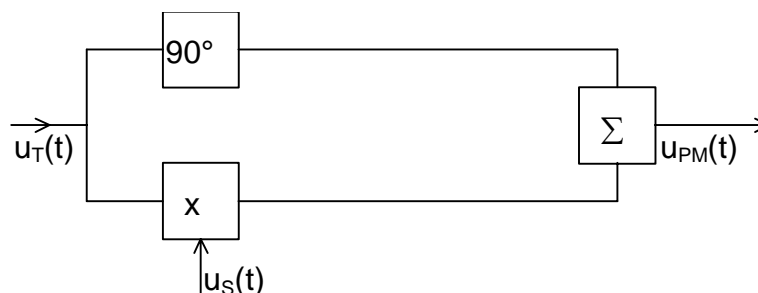


Fig. 4-8 Phasenmodulation mit AM oder ZM

Eine Phasenmodulation kann auch mittels eines Frequenzmodulators erzeugt werden, wenn das Signalfrequenzband über einen Differentiator (RC - Hochpass - Glied mit entsprechender Grenzfrequenz) vorverzerrt wird.

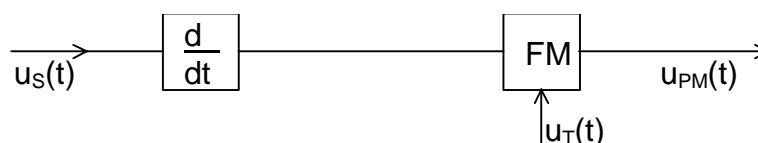


Fig. 4-9 Phasenmodulation mit FM

Andererseits lässt sich durch Zuführen des Modulationssignals über einen Integrator (RC - Tiefpass - Glied) mittels eines Phasenmodulators eine Frequenzmodulation erzeugen. Der Vorteil der stabilisierten Trägerfrequenz kann in diesem Fall

ausgenutzt werden.

#### 4.8 Demodulatoren

Für die Demodulation winkelmodulierter Signale ist eine grosse Anzahl von Schaltungen bekannt. Nach ihrem Funktionsprinzip kann man sie grob in zwei Gruppen aufteilen:

- Schaltungen, welche die WM zuerst in eine AM oder PDM umwandeln
- Schaltungen mit Gegenkopplung

Die erstgenannten Schaltungen enthalten einen Umwandler, den sogenannten Diskriminator, und den eigentlichen Demodulatorteil. Die Demodulation einer Frequenz bzw. phasenmodulierten Schwingung kann erfolgen durch

- Umwandlung in eine AM Schwingung mit anschliessender AM Demodulation
- Umwandlung in eine PDM Schwingung mit Anschliessender Signalarückgewinnung über einen Tiefpass.

Amplitudenschwankungen der Trägerschwingung gehen in das demodulierte Signal ein. Es wird deshalb vor der Demodulation eine **Amplitudenbegrenzung** vorgenommen.

Die Kurvenformverfälschung hat keinen Einfluss auf das demodulierte Signal, weil der Signalinhalt nur in den Nulldurchgängen der Winkelmodulierten Schwingungen verankert ist. Um Störungen zu vermeiden, werden jedoch nach der Amplitudenbegrenzung durch ein Filter die Oberschwingungen unterdrückt.

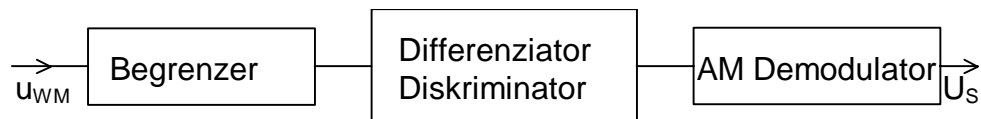


Fig. 4-10 WM (FM, PM) Demodulation

Wir können einfache Begrenzer durch die Antiparallelschaltung von zwei Dioden erstellen.

Für den Differenziator bestehen verschiedene Methoden:

- a) Differenziation durch ein passives Zweitor (L oder C)
- b) Differenziation mit der Hilfe einer Schaltung, die einen im interessierenden Bereich linear mit der Frequenz variierenden Amplitudengang aufweist (Flanke eines Resonanzkreises)
- c) angenäherte Differenziation durch Verzögerung ergibt ein Puls - Dauer - Modulations (PDM) Signal.

Die einfachste Demodulatorschaltung bildet der Flankendiskriminator. Auf der Flanke der Selektionskurve eines Schwingkreises erfolgt die Umwandlung der Frequenzänderung in eine Amplitudenänderung, die mit einem nachfolgenden Spitzengleichrichter demoduliert wird.

Die geringe Linearität dieser einfachen Schaltung kann durch Zusammenschalten

von zwei gegeneinander verstimmt Schwingkreisen zum Gegentakt - Flanken - Diskriminator wesentlich verbessert werden.

Der Gegentakt – Flankendiskriminator benutzt zwei zueinander verstimmt Parallelschwingkreise. Die beiden Resonanzfrequenzen liegen symmetrisch zur Trägerfrequenz.

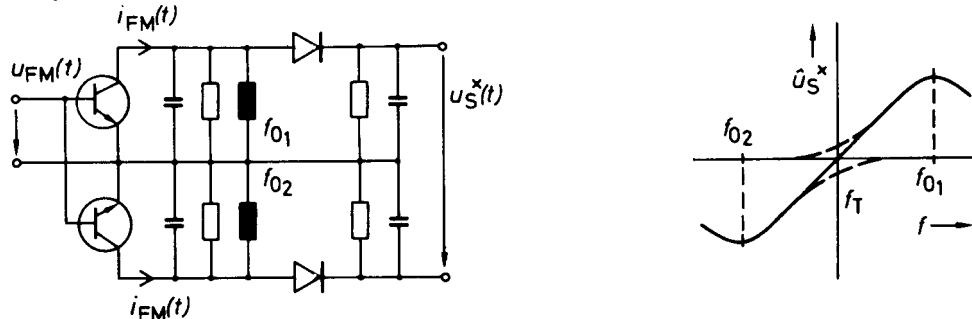


Fig. 4-11 Gegentakt – Flankendiskriminator und Diskriminator – Kennlinie (aus [L 5])

Die Spannungen an den beiden Resonanzkreisen liegen gegensinnig und werden nach dem Hüllkurvendemodulator addiert. (Vgl. auch 4.9.2)

Abhängig von Resonanzfrequenz und Kreisgüte lassen sich mit dieser Anordnung Diskriminator Kennlinien erzeugen, die über weite Bereiche linear sind.

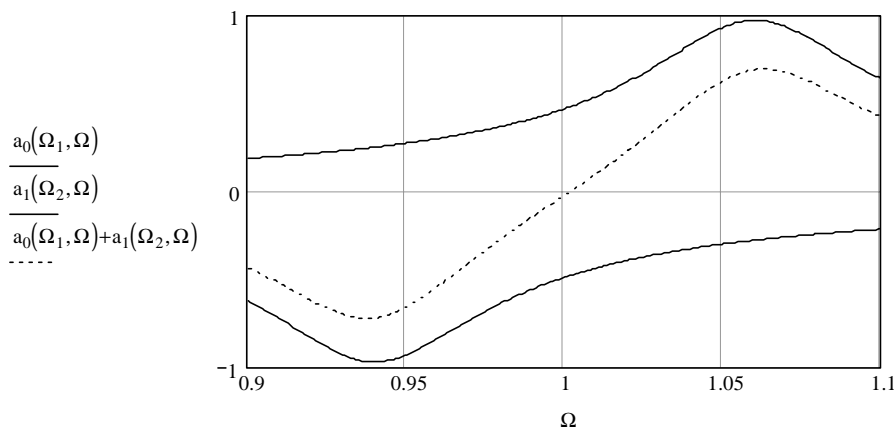


Fig. 4-12 Diskriminator Kennlinie

Nach dem Eingangs angegebenen Prinzip der Umwandlung in eine dauermodulierte Impulsfolge arbeitet der Koinzidenzdemodulator, der auch als Phasendemodulator oder Quadraturdemodulator bezeichnet wird.

Sein Vorteil liegt darin, dass er zusammen mit dem vorangehenden Amplitudengrenzer in integrierter Schaltungstechnik aufgebaut werden kann und nur noch einen Schwingkreis und damit auch nur ein Abgleichelement benötigt.

Denselben Vorteil hat eine ähnliche Schaltung, die das FM Signal in PFM (Puls - Frequenz - Modulation) umwandelt und gut integriert werden kann.

Eine weitere Möglichkeit zur Demodulation einer frequenzmodulierten Schwingung bietet sich in der Verwendung eines Phasenregelkreises, für den der Begriff PLL (Phase Locked Loop) gebräuchlich ist.

Man bedient sich dazu eines FM - Modulators bzw. VCO (Voltage Controlled Oscillator), der von dem über den Phasendiskriminator (PD) nach Tiefpassfilterung (TP) gewonnenen demodulierten Signal gesteuert wird.

Prinzip des PLL Demodulators:

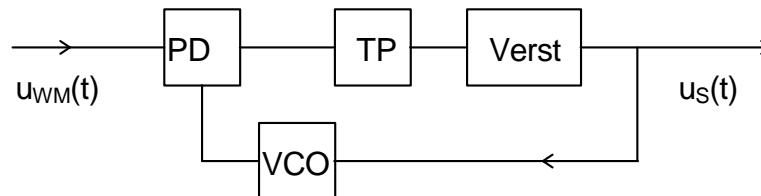
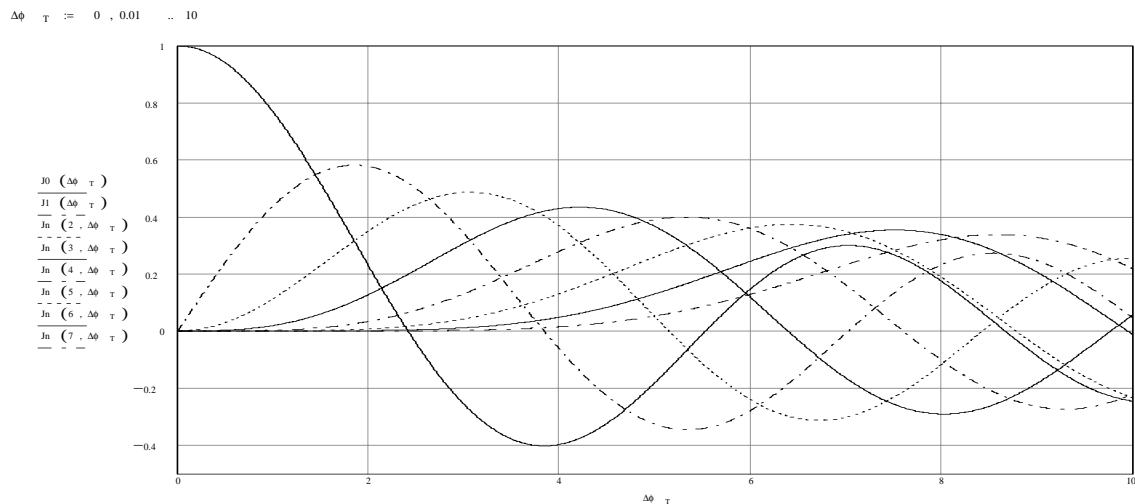
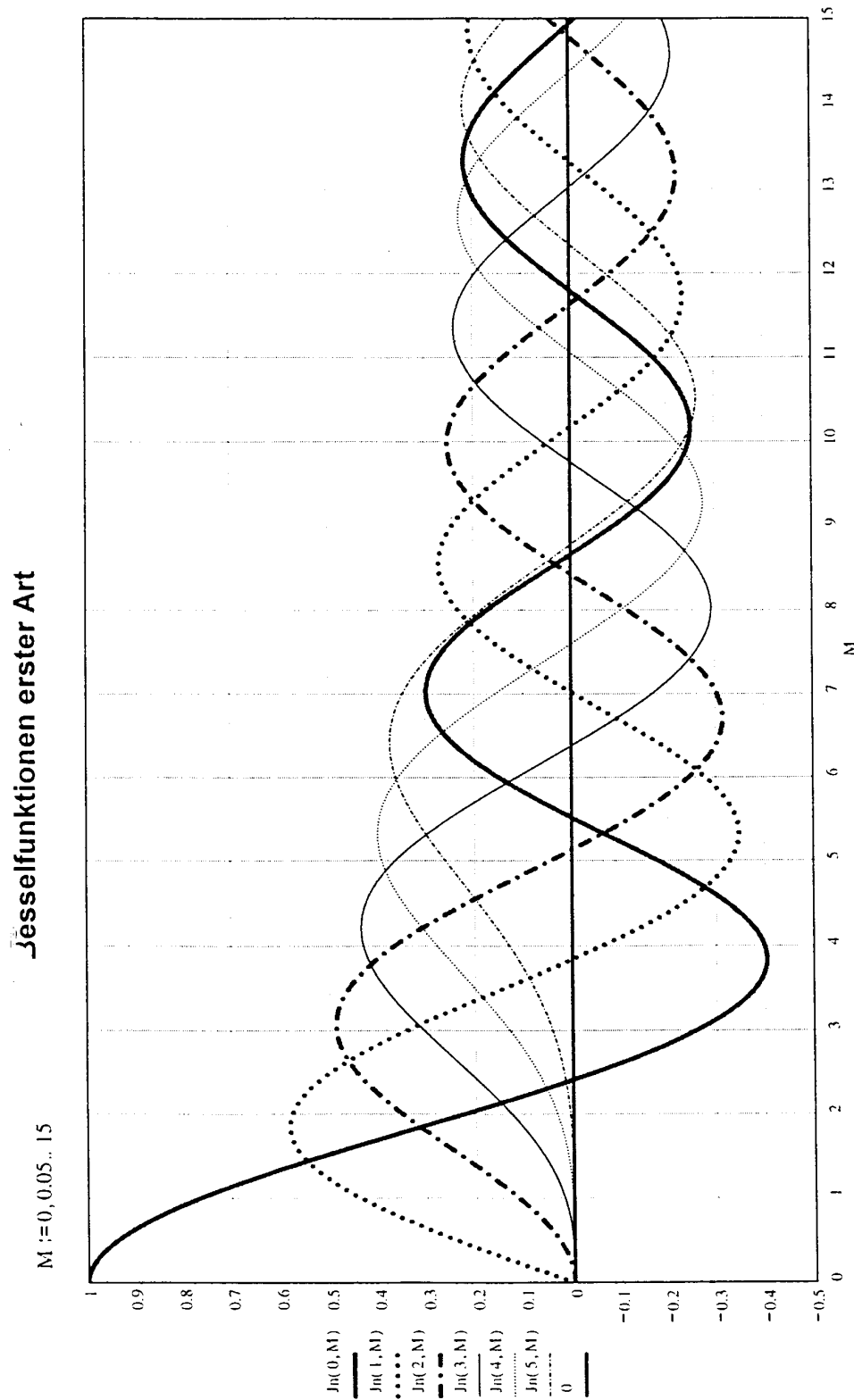


Fig. 4-13 WM (FM, PM) Demodulation mit PLL

## 4.9 Anhang zu Kapitel 4



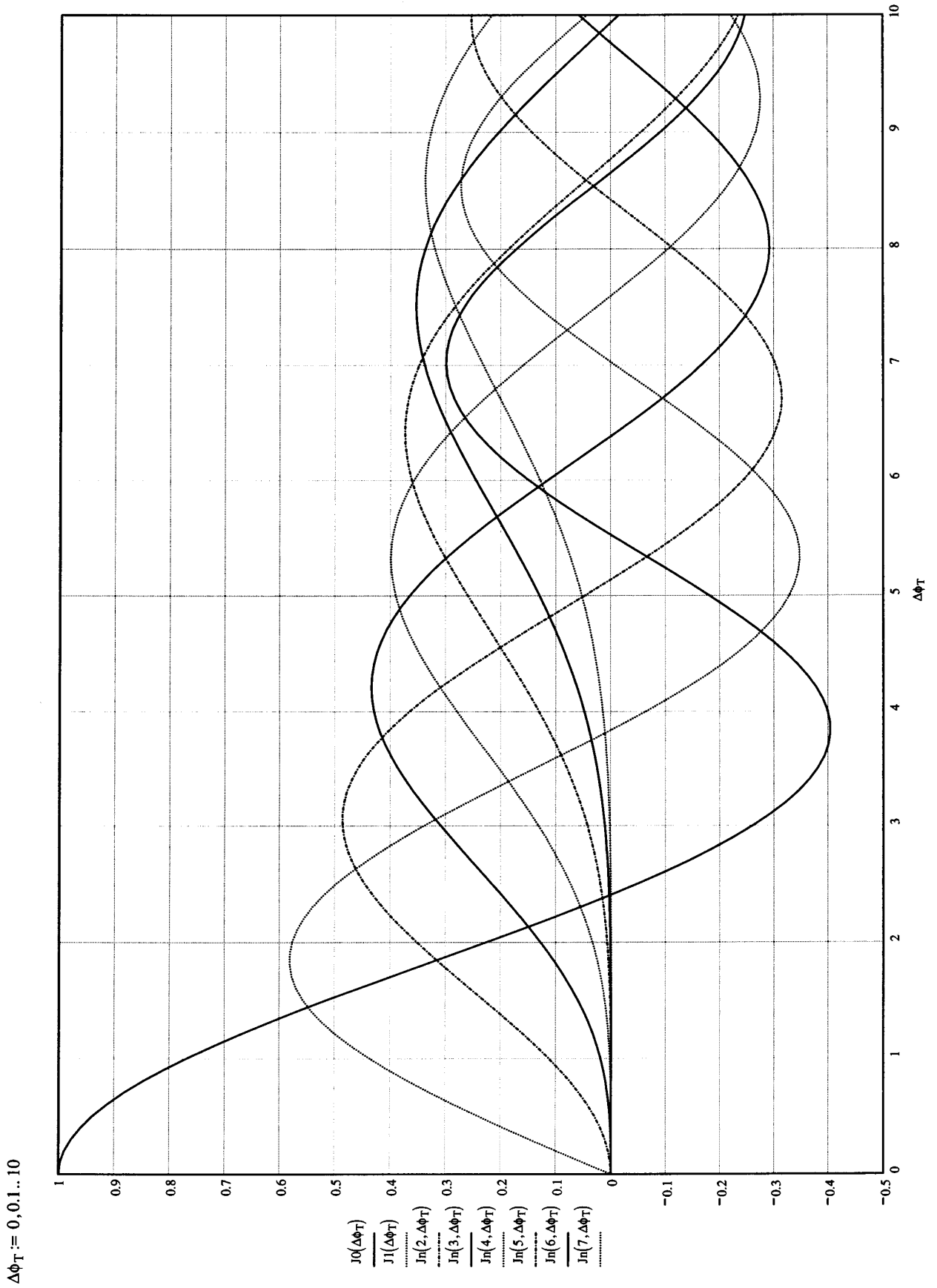
4.9.1 Besselfunktionen erster Art



**Nullstellen der Besselfunktionen erster Art**

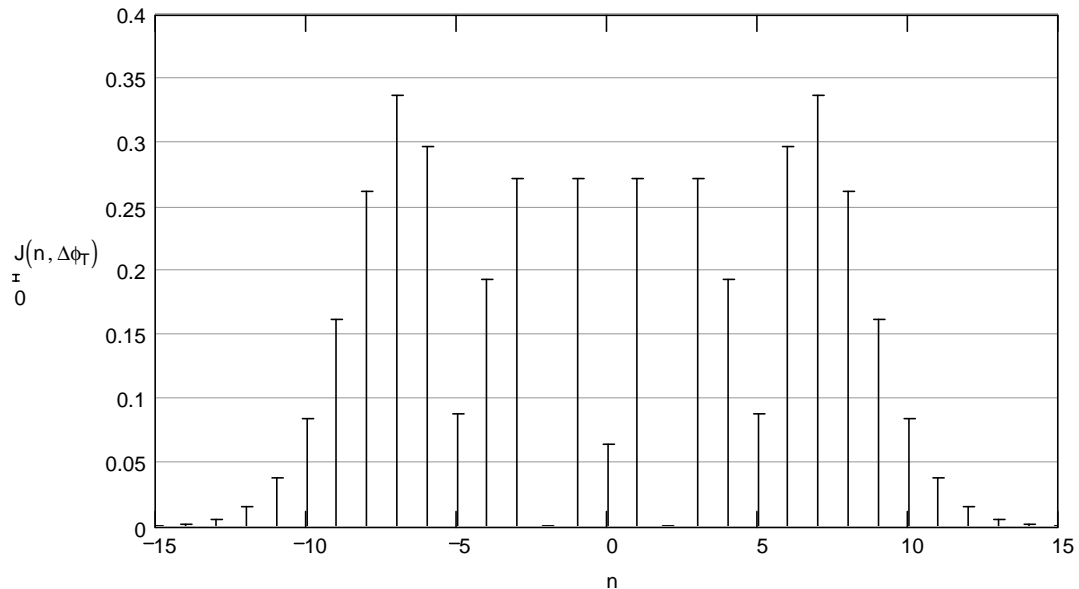
Besselordnung	1	2	3	4
0	2.405	5.520	8.654	11.792
1	3.832	7.016	10.173	13.324
2	5.136	8.417	11.620	14.796
3	6.380	9.761	13.015	

5.98 Del



### Übung 1

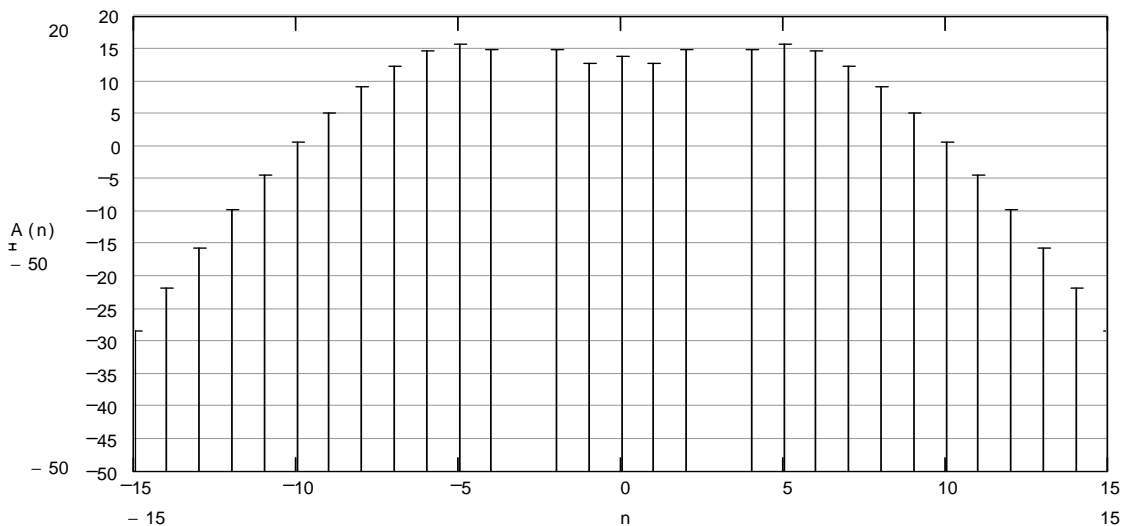
Gegeben ist das Spektrum einer Winkelmodulation. Wie gross ist der Frequenzhub, wenn  $f_T = 10$  MHz und  $f_S = 5$  kHz ?



Wie gross ist die Leistung aus dem gegebenen Spektrum in einem  $50 \Omega$  - System? Anmerkung: Angegeben sind Effektiv - Spannungen.

### Übung 2

Gegeben ist das Leistungs - Spektrum einer Winkelmodulation in dBm. Wie gross ist der Frequenzhub, wenn  $f_T = 2$  MHz und  $f_S = 3$  kHz ? Wie gross wird die Träger - spannung  $\hat{u}_T$  in einem  $50 \Omega$  - System.



## 4.9.2 Weitere Diskriminatorbeschaltungen

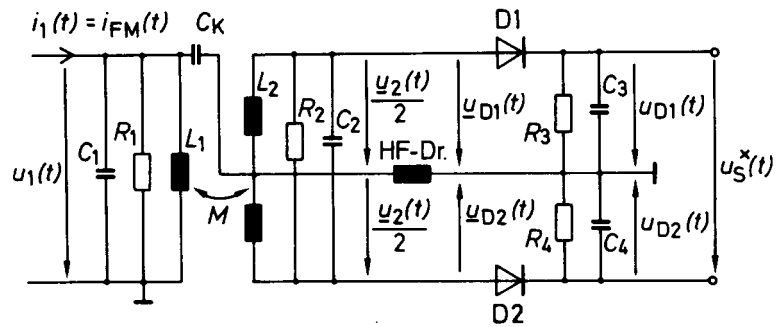


Fig. 4-14 Phasendiskriminator (RIEGGER – Kreis, FOSTER-SEELEY – Kreis) (aus [L 5])

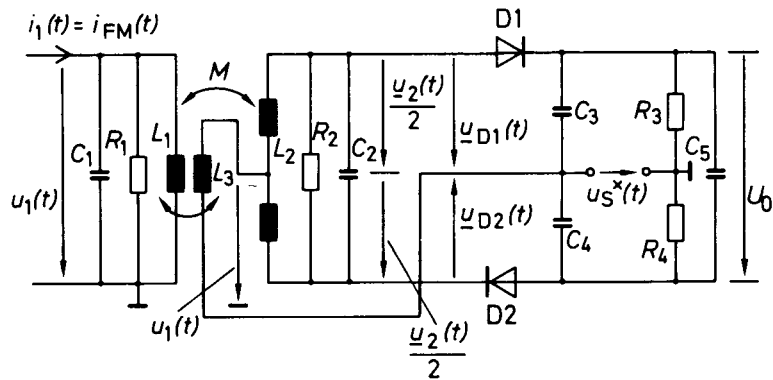
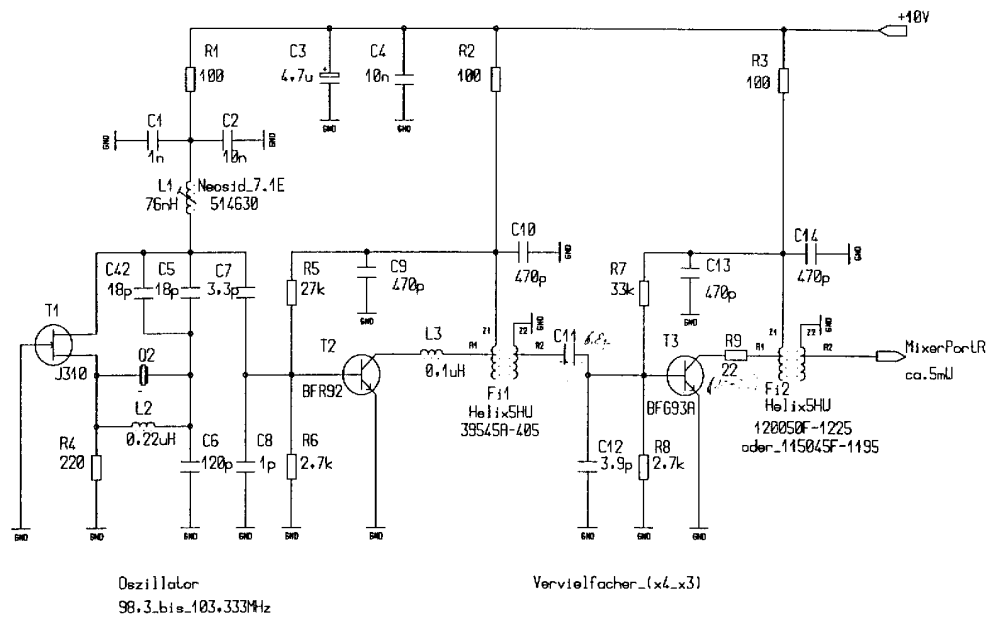
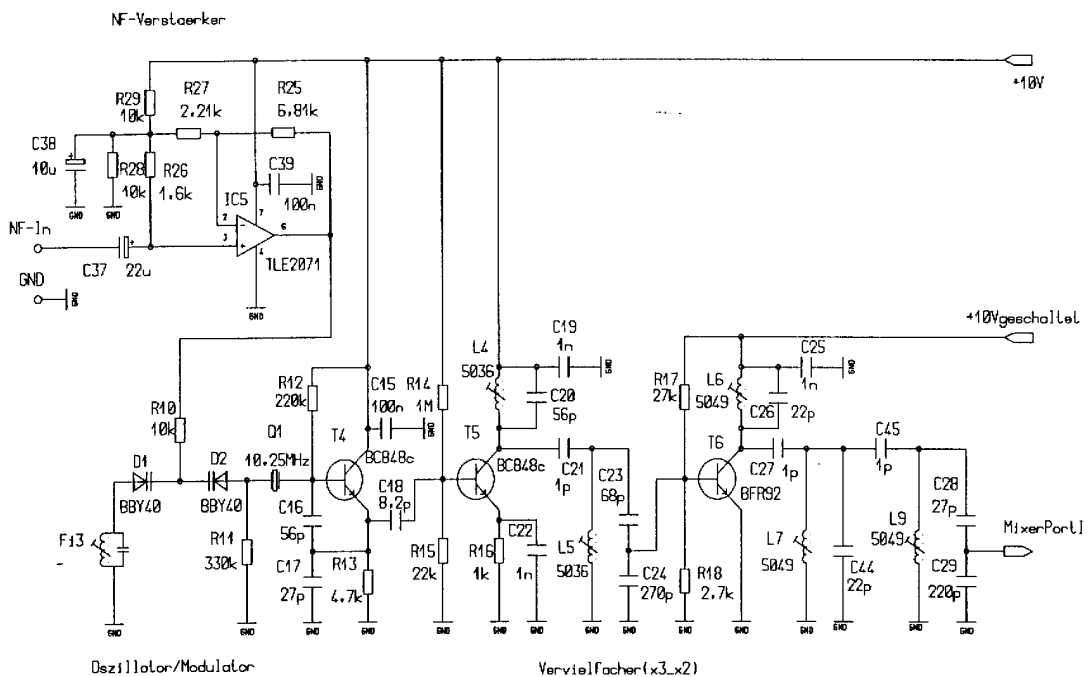


Fig. 4-15 Verhältnisdiskriminator oder Ratiodetektor (aus [L 5])

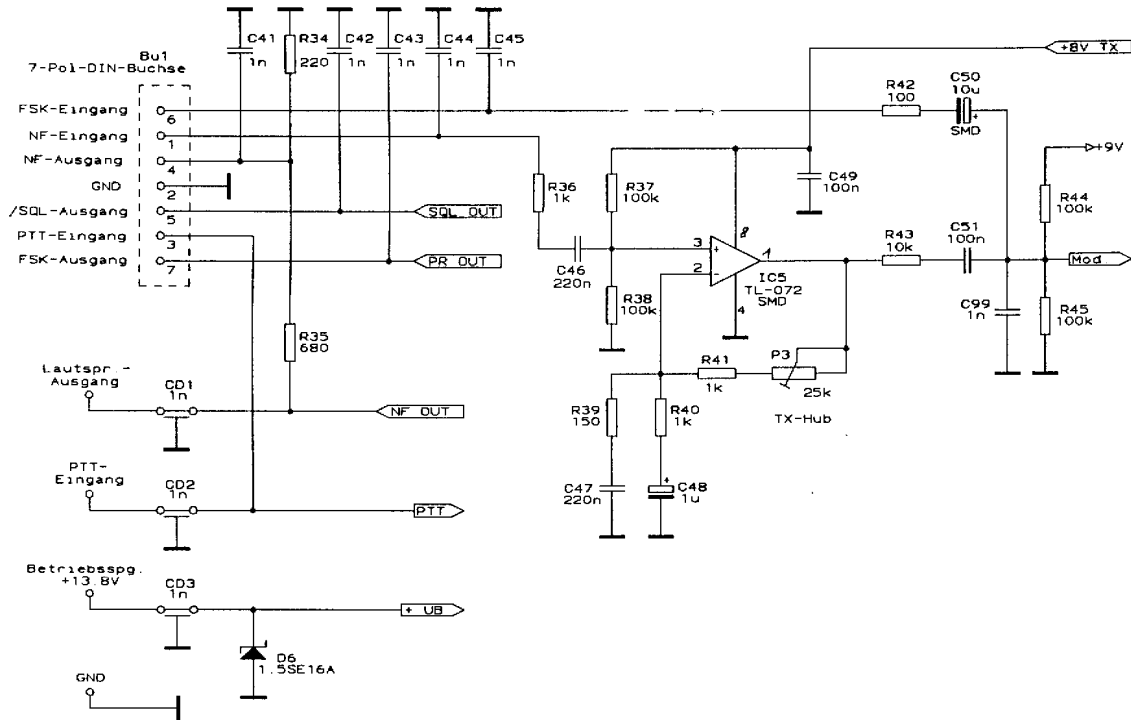
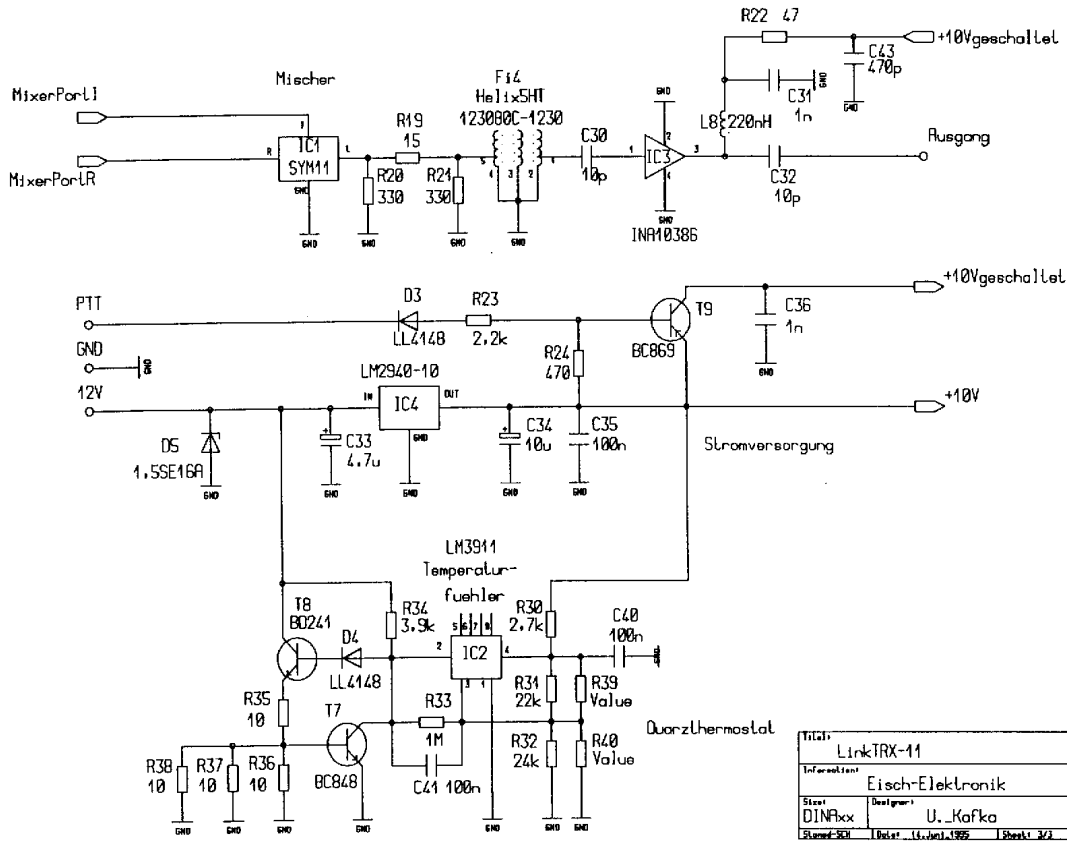
4.9.3 Schemata



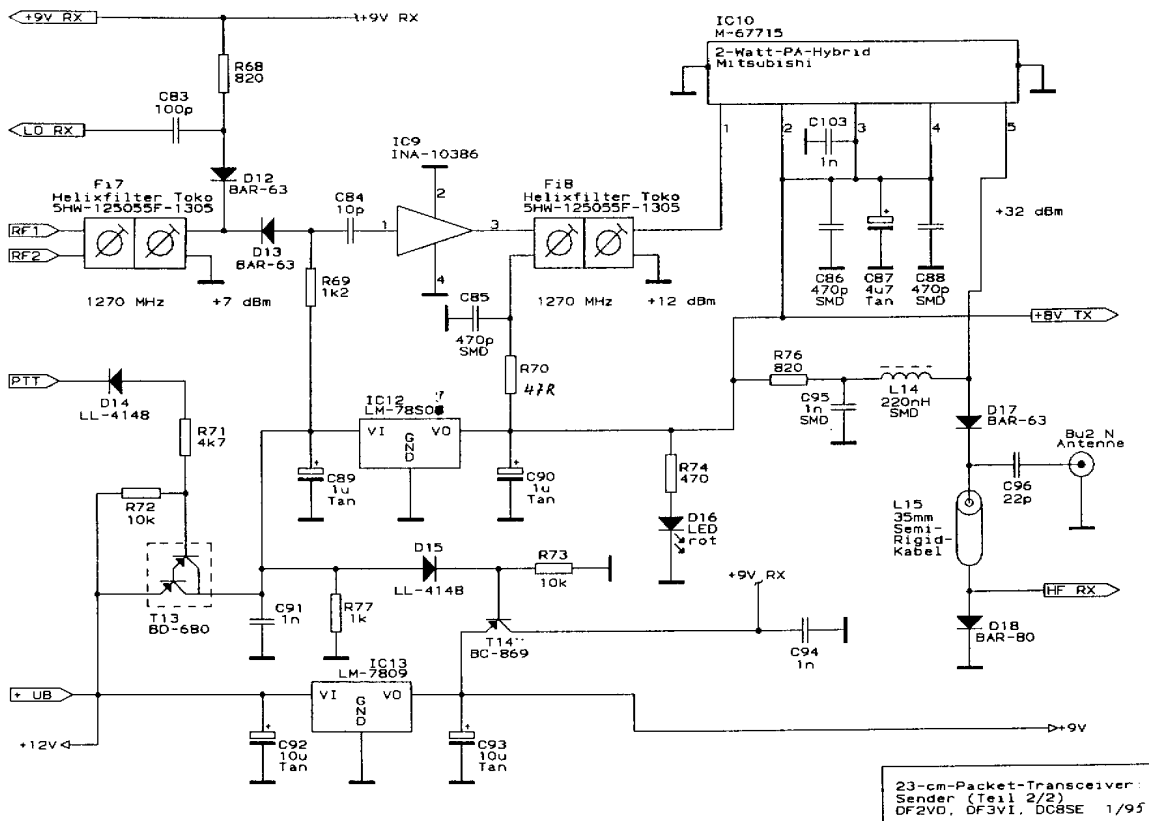
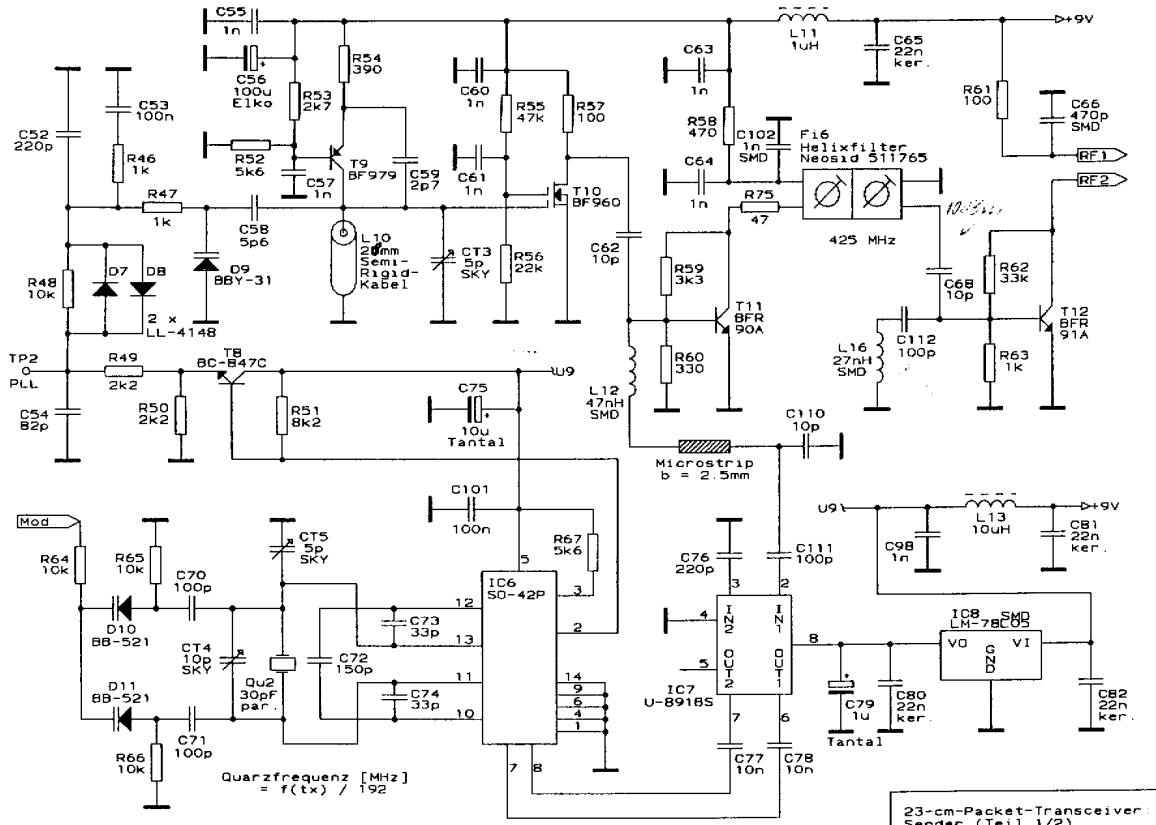
Titel: Link_TRX-11	
Informations: Firma_Eisch_Elektronik	
Skizze: DINfixx	Designer: U_Kafka
Skizze: SK	Datum: 16. April 1995
Blatt: 1/2	

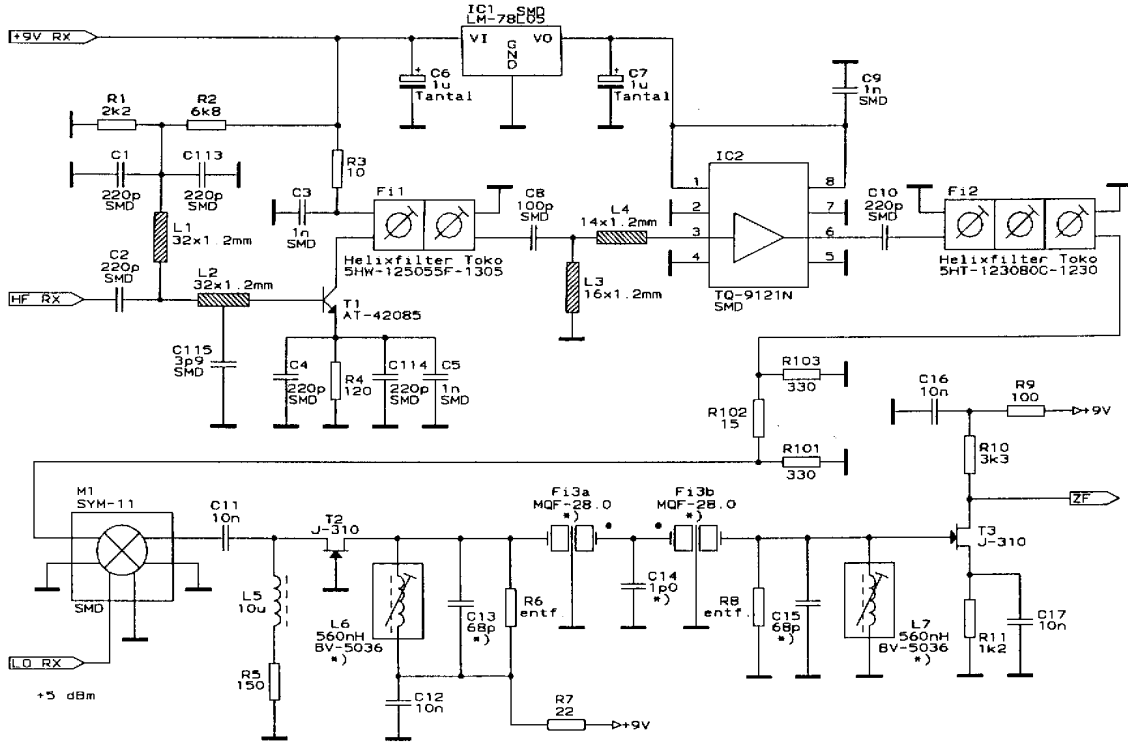


Titel: Link_TRX-11	
Informations: Fa._Eisch-Elektronik	
Skizze: DINfixx	Designer: U_Kafka
Skizze: SK	Datum: 16. April 1995
Blatt: 2/2	



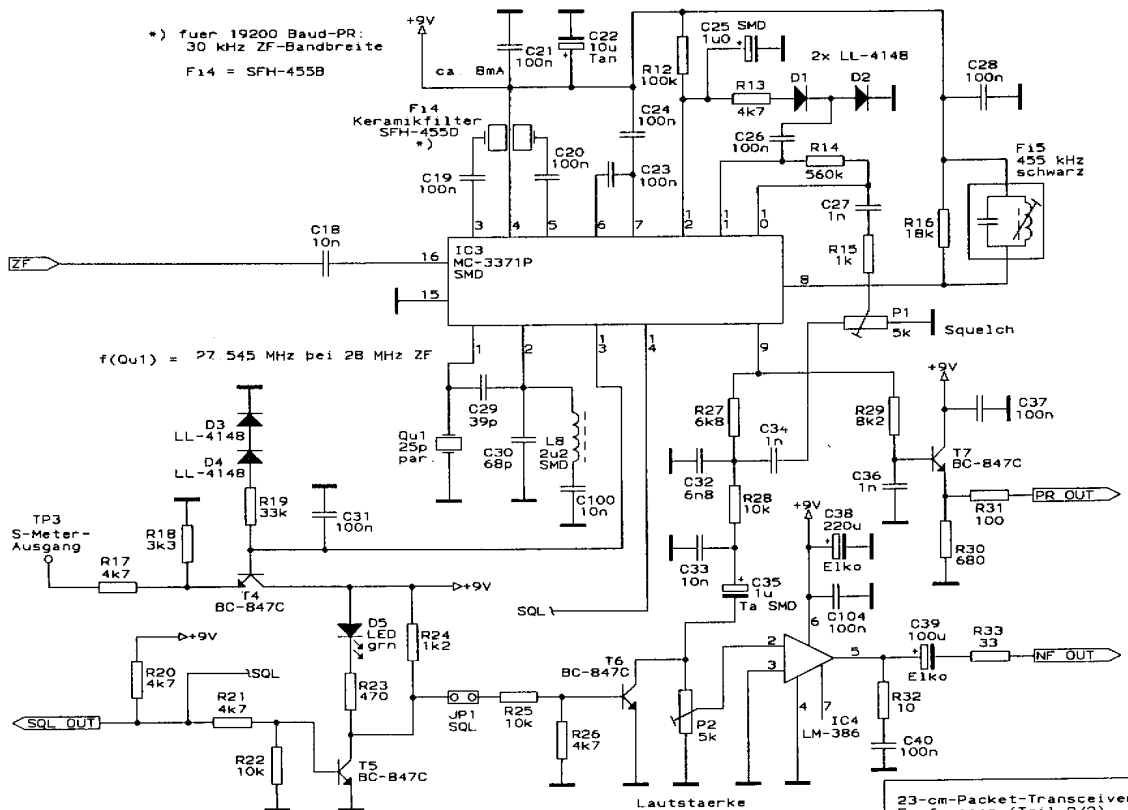
23-cm-Packet-Transceiver, Schnittstellen, DF2VO, DF3VI, DC8SE 1/95





\*) angegebene Werte fuer 28 MHz ZF (= Ablage)

23-cm-Packet-Transceiver: Empfänger (Teil 1/2) DF2V0, DF3V1, DC8SE 11/94



\*) fuer 19200 Baud-PR: 30 kHz ZF-Bandbreite F14 = SFH-455B

23-cm-Packet-Transceiver: Empfänger (Teil 2/2) DF2V0, DF3V1, DC8SE 11/94

4.9.4 Funktionsweise des PLL

# 1. Die Funktionsweise des PLL

Der PLL ist massgebend dafür verantwortlich, dass wenigstens im trauten Heim des Fernsehbetrachters die Welt noch nicht auf dem Kopf steht. Wenn vermieden werden soll, dass die Häupter der Fernsehdarsteller geköpft am unteren Bildrand kleben, während die vom Rumpf getrennten Beine hilflos in den oberen Bildrand hineinbaumeln, so muss das Vertikalablenksignal des Fernsehempfängers *frequenz- und phasenrichtig* mit dem gesendeten Bildsignal *synchronisiert* sein. Daher wird ein phasengeregeltes System benötigt.

In Farbfernsehern sorgen PLLs sogar dafür, dass rot rot und grün grün bleibt, selbst wenn die Politiker lautstark das Gegenteil verkünden.

Ein PLL ist demnach ein Regelsystem, dessen Aufgabe darin besteht, einen Oszillator in Frequenz und Phase mit einem Eingangssignal zu synchronisieren. Im synchronisierten Zustand des PLL ist die *Phasenverschiebung* zwischen Eingangssignal und Oszillatorsignal null oder wenigstens *ein Minimum*; sobald aber zwischen beiden Signalen eine Phasenverschiebung auftritt, wird der Oszillator so lange nachgeregelt, bis die Phasenverschiebung wieder null oder minimal wird. Aus dieser Arbeitsweise ergab sich zwangsläufig der Name «Phasenregelkreis» bzw. «Phase-locked loop» (wörtlich: in Phase eingerasteter Regelkreis).

Das Blockschema des PLL lässt sich aus der obigen Betrachtung leicht herleiten und ist in Bild 1a dargestellt. Ein PLL besteht grundsätzlich aus drei Funktionsblöcken, nämlich

1. spannungsgesteuerter Oszillator (voltage controlled oscillator = VCO)
2. Phasen-Detektor (phase detector = PD)
3. Filter (loop filter = LF)

In verschiedenen PLL-ICs wird statt eines spannungsgesteuerten Oszillators ein stromgesteuerter (current controlled oscillator = CCO) eingesetzt. Dies bedingt, dass das Ausgangssignal des PD ein eingepprägter Strom ist; an der Funktion ändert sich jedoch nichts.

Die interessierenden Signale beim PLL sind (vgl. Bild 1a):

- Eingangssignal (Synchronisationssignal)  $u_1(t)$
- $\omega_1$  = Kreisfrequenz von  $u_1(t)$
- Referenzsignal (= Ausgangssignal des VCO)  $u_2(t)$
- $\omega_2$  = Kreisfrequenz von  $u_2(t)$
- Detektorsignal  $u_d(t)$
- Filtersignal  $u_f(t)$
- Phasenfehler  $\vartheta_e$  = Phasenverschiebung zwischen  $u_1$  und  $u_2$

Nun zur Arbeitsweise der einzelnen Blöcke. Der VCO schwingt mit einer Kreisfrequenz  $\omega_2$ , die durch das Filterausgangssignal  $u_f$  bestimmt wird gemäss

$$\omega_2 = \omega_0 + K_O u_f(t) \tag{1}$$

wo  $\omega_0$  = Ruhefrequenz des VCO

$K_O$  = Verstärkungsfaktor des VCO («VCO gain») in  $s^{-1} V^{-1}$

Gleichung (1) ist in Bild 1b grafisch dargestellt. In der Fachliteratur findet man für die Dimension von  $K_O$  oft  $rad\ s^{-1}\ V^{-1}$ . Dies rührt daher, dass für die Kreisfrequenz vielfach die Dimension  $rad\ s^{-1}$  (radians per second) verwendet wird. Da rad jedoch eine dimensionslose Grösse ist, kann man auf sie verzichten. Es ist allerdings *dringend zu beachten*, dass Phasenwinkel *im Bogenmass angegeben werden müssen* und *nicht* im Winkelmass.

Der Phasen-Detektor PD vergleicht die Phasenlage des Eingangssignals mit derjenigen des Referenzsignals und gibt definitionsgemäss ein Ausgangssignal  $u_d(t)$  ab, das (mindestens in einem begrenzten Bereich) proportional zur Phasenverschiebung  $\vartheta_e$  ist:

$$u_d(t) = K_d \vartheta_e \tag{2}$$

wo  $K_d$  = Verstärkungsfaktor des PD (Detector gain) in V

Der Phasenfehler  $\vartheta_e$  ist unbedingt in Bogenmass (rad) anzugeben. Als Dimension für  $K_d$  wird oft auch  $V\ rad^{-1}$  verwendet (s. o.). Gleichung (2) ist in Bild 1c grafisch dargestellt.

Bild 1

a) Blockschema des PLL

b) Übertragungsverhalten des VCO

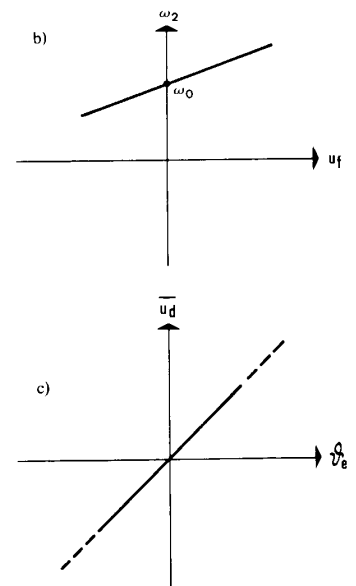
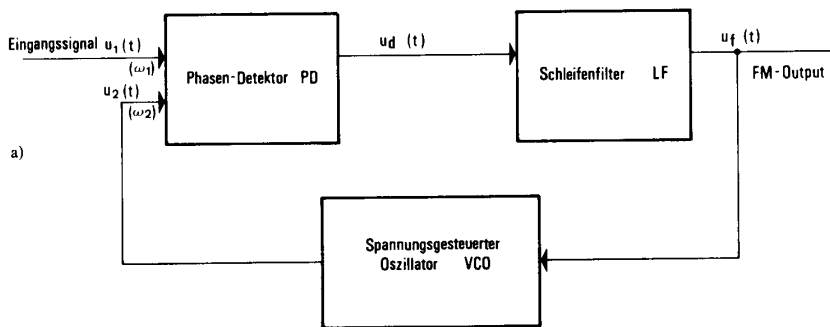
$u_f$  = Steuerspannung

$\omega_2$  = Kreisfrequenz

c) Übertragungsverhalten des Phasen-Detektors

$u_d$  = Mittelwert der Ausgangsspannung

$\vartheta_e$  = Fehlerwinkel (Phasenverschiebung zwischen Eingangss- und Referenzsignal)



Die Ausgangsspannung  $u_d$  des Phasendetektors besteht im allgemeinen aus einer Gleichspannung sowie einer überlagerten Wechselspannungskomponente. Da die letztere meist unerwünscht ist, wird sie mit einem Tiefpassfilter ausgefiltert. In den meisten Fällen kommen Tiefpassfilter 1. Ordnung (siehe Abschnitt 2) zur Anwendung.

Nun wollen wir das Zusammenwirken der drei Blöcke betrachten. Wir nehmen zunächst an, das Eingangssignal habe die Kreisfrequenz  $\omega_0$  (Bild 2). Dann schwingt der VCO auf seiner Ruhfrequenz, und es stellt sich ein Phasenfehler  $\vartheta_e = 0$  ein. Dass dies so sein muss, wird gleich gezeigt. Wenn  $\vartheta_e = 0$ , dann ist wegen (2) auch das Detektorsignal  $u_d$  gleich 0. Dann gilt auch  $u_f = 0$ . Gerade dies ist aber die Bedingung dafür, dass der VCO auf seiner Ruhfrequenz schwingen kann. Wäre  $\vartheta_e$  anfänglich nicht 0, so würde am Ausgang des Detektors und nach einer gewissen Verzögerungszeit auch am Ausgang des Filters ein Korrektursignal  $u_f$  entstehen, das den VCO so lange schneller oder langsamer laufen lassen würde, bis sich der Phasenfehler  $\vartheta_e$  auf 0 abgebaut hätte.

Jetzt werde die Kreisfrequenz des Eingangssignals zur Zeit  $t_0$  plötzlich um den Betrag  $\Delta\omega$  grösser. Zwischen  $u_1$  und  $u_2$  entsteht jetzt ein Phasenfehler  $\vartheta_e$ , der allmählich grösser wird (Kurve c). Demzufolge gibt der Phasendetektor ein Signal  $u_d(t)$  ab, das von null an stetig wächst. Mit einer gewissen Verzögerung wird am Ausgang des Filters ebenfalls ein Korrektursignal  $u_f$  entstehen. Dieses Signal veranlasst den VCO nun, schneller zu schwingen. Der Phasenfehler  $\vartheta_e$  wird allmäh-

lich wieder abgebaut. Nach einiger Zeit schwingt der VCO auf derselben Frequenz wie das Eingangssignal, und der Phasenfehler stellt sich stabil auf einen neuen Wert ein. Je nach Art des Filters kann dieser 0 oder endlich sein.

Da der VCO jetzt auf einer Frequenz schwingt, die um  $\Delta\omega$  höher liegt als seine Ruhfrequenz  $\omega_0$ , wird sich das Filtersignal  $u_f$  auf den Wert  $u_f = \Delta\omega/K_0$  einstellen.

*Ist daher das Eingangssignal ein frequenzmoduliertes Signal, so steht am Ausgang des Filters das demodulierte Signal an.*

Der PLL eignet sich folglich in nahezu idealer Weise als FM-Detektor und, wie später noch gezeigt wird, ebenfalls als Detektor für amplitudenmodulierte (AM) und phasenmodulierte (PM) Signale. Es ist hier noch eine weitere Eigenschaft anzuführen, welche für die hervorragende Rolle des PLL für Kommunikationszwecke von entscheidender Bedeutung ist. Stellen wir uns vor, das Eingangssignal sei stark verrauscht. Wie gesagt, misst der Phasendetektor die Phasenverschiebung zwischen einem Rauschsignal und einem Referenzsignal konstanter Frequenz? Offensichtlich ist die Phasenverschiebung eine stochastische Grösse, die bald positiv, bald negativ wird, wobei der *Mittelwert jedoch null bleibt*. Ein dem Nutzsignal überlagertes Rauschen beeinflusst demnach – trivial ausgedrückt – das Verhalten des Netzwerkes in erster Näherung nicht (Ausführliches darüber in Kap. 3).

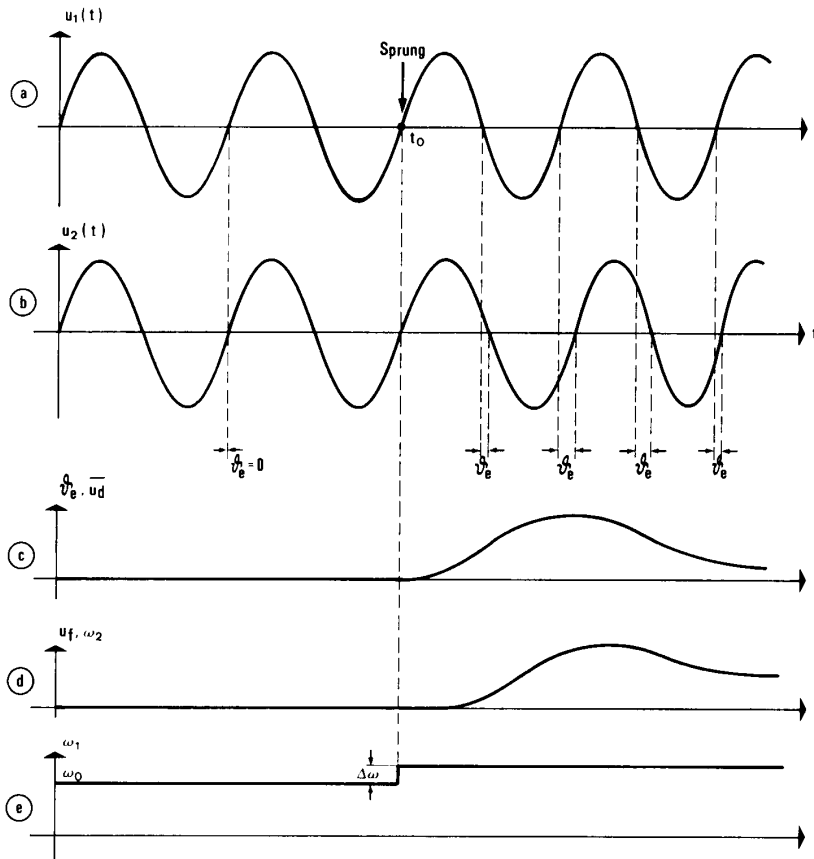


Bild 2 Antwort des PLL auf einen Eingangsfrequenzsprung  $\Delta\omega$

- a Eingangsspannung  $u_1(t)$
- b Referenzsignal  $u_2(t)$
- c Detektorsignal  $\bar{u}_d$  (Mittelwert) und Fehlerwinkel  $\vartheta_e$
- d Kreisfrequenz  $\omega_2$  des VCO
- e Kreisfrequenz  $\omega_1$  des Eingangssignals

Bei geeigneter Auslegung der Schaltung ist daher ein PLL in der Lage, ein Signal «aus dem Rauschen herauszufischen».

Diese bewusst summarische Beschreibung des PLL hat gezeigt, dass ein PLL nichts anderes als ein Servo-System ist, das die Phase des VCO-Signals der Phase des Eingangssignals nachführt: daher der Name *Phasenregelkreis*.

Im gezeigten Beispiel war der PLL in der Lage, die Ausgangsphase der Eingangsphase wieder nachzuführen; das System war *stabil*. Dies muss jedoch nicht immer der Fall sein. Bei einer grösseren Störung des Eingangssignals (z. B. grosser Frequenz- oder Phasensprung) ist das Regelsystem nicht ohne weiteres in der Lage, das VCO-Signal genügend rasch nachzuregeln. Der PLL fällt dann «aus dem Tritt» (out of lock), d. h.  $\omega_1 \neq \omega_2$ . Es stellt sich dann die Frage, ob der PLL imstande ist, sich erneut zu synchronisieren (wieder einzurasten). Das dynamische Verhalten des PLL wird daher durch folgende Fragenkomplexe dominiert:

– Angenommen, der PLL sei «ingerastet» (synchronisiert, «in lock»). Welches sind die Bedingungen, unter denen der PLL «ingerastet» bleibt?

Diese Frage werden wir unter dem Motto «*Regelverhalten*» oder «*Tracking behaviour*» untersuchen.

– Angenommen, der PLL sei ursprünglich nicht synchronisiert («ausgerastet», «out of lock»). Welches sind die Bedingungen, unter denen der PLL «einrasten» kann?

Diese Frage werden wir unter dem Motto «*Einrastverhalten*» oder «*Acquisition behaviour*» untersuchen (siehe Kap. 3 und 4).

Da leider gerade das dynamische Verhalten der verschiedenen PLL-Typen völlig unterschiedlich ist, drängt es sich auf, eine Klassifizierung vorzunehmen.

## 5 Pulsmodulation

In weiten Bereichen der Nachrichtentechnik verwendet man nicht **zeitlich kontinuierliche**, sondern **zeit - diskrete Signale**. Mit Pulsmodulierten Signalen arbeitet man bei Zeitmultiplex - Übertragungssystemen, bei Regelsystemen mit Prozessrechnern, bei der digitalen Verarbeitung von Signalen, etwa in der Radartechnik, usw.

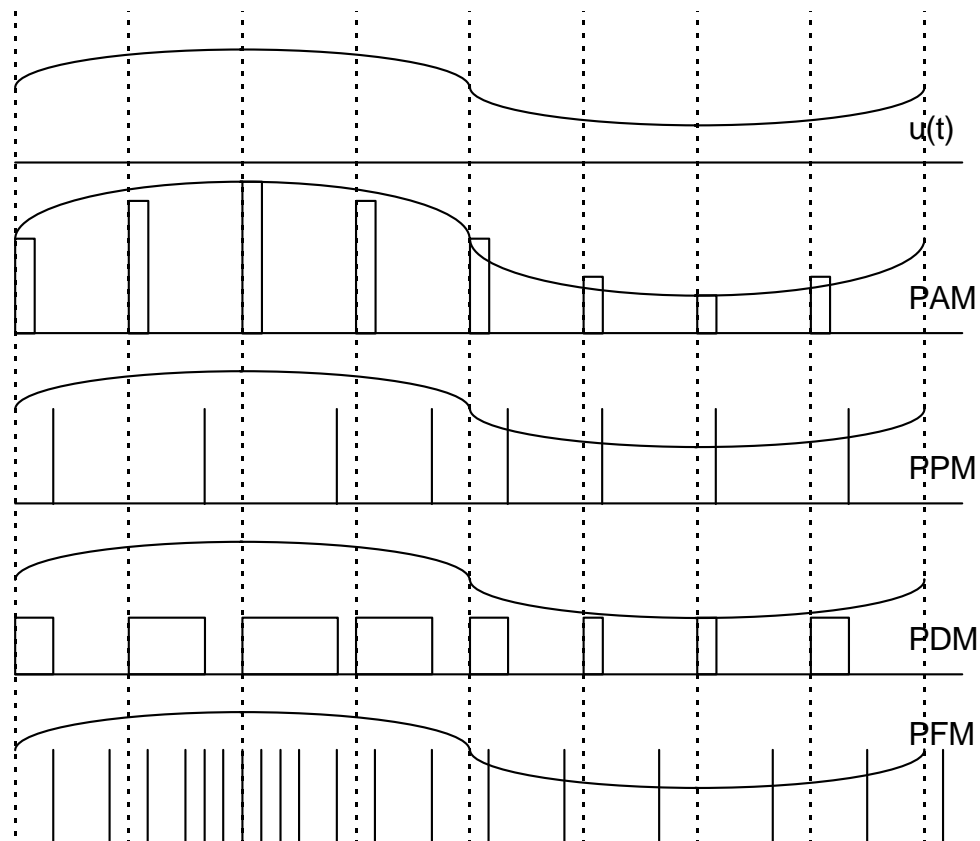


Fig. 5-1 Pulsmodulationsarten

Bei der Pulsamplitudenmodulation (PAM) werden die Amplituden der einzelnen Pulse proportional zum Nutzsignal. Die Begriffe der Pulsmodulation fasst man u.a. Pulsdauermodulation (PDM), Pulsphasenmodulation (PPM) und Pulsfrequenzmodulation (PFM) unter dem Oberbegriff Pulszeitmodulation zusammen.

Solchen **wertkontinuierlichen** Pulsmodulationsverfahren stehen die **wertdiskreten** Verfahren gegenüber, von denen die Pulscodemodulation (PCM) mit Abstand die grösste Bedeutung hat. PCM ist eine Pulsmodulation, bei welcher der Signalparameter des Eingangssignals durch einen Pulscode dargestellt ist, nachdem aus einem Analogsignal durch Abtastung und Analog/Digitalumsetzung ein Digitalsignal gewonnen wurde.

Eine weitere Familie von Pulsmodulationsverfahren ergibt sich, wenn jeweils die Differenz zwischen einem Vorhersagewert und dem Wert der Abtastprobe übertragen wird. Geschieht dies durch ein Codesignal, so spricht man von Differenz - Pulscode - Modulation (DPCM). Ein wichtiger Spezialfall liegt vor, wenn jede Differenz nur durch ein Bit codiert wird (Deltamodulation). Dies kann nur mit einer Überabstastung erreicht werden.

## 5.1 Zeitmultiplex

Im Gegensatz zum Frequenzmultiplexverfahren (Frequency Division Multiplex FDM), der Übertragung mehrerer in der Frequenz versetzter Kanäle auf einer Leitung, werden beim Zeitmultiplex (Time Division Multiplex, TDM) die Impulse verschiedener Kanäle **zeitlich versetzt** ineinander verschachtelt auf **einer** Leitung übertragen. Massgebend für die richtige Zuordnung der Sende und Empfangskanäle ist die **synchrone Abtastung** am Sendeort und am Empfangsort.

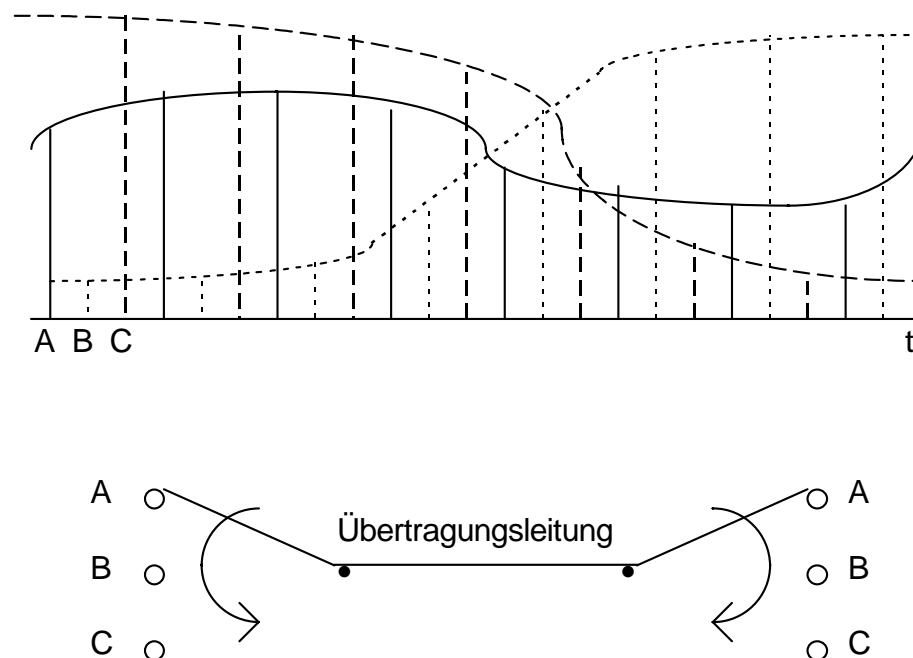


Fig. 5-2 Zeitmultiplexbetrieb

## 5.2 Pulsamplitudenmodulation

Eine Pulsamplitudenmodulation (PAM) liegt prinzipiell bereits bei der Signalabtastung vor. Die Entnahme von Signalproben in periodischer Folge durch kurze Abtastimpulse, d.h. durch den Trägerimpuls  $u_p(t) = u_A(t)$ , führt zu dem Modulationsprodukt  $u_{PAM}(t)$  am Ausgang der Abtastschaltung bzw. des Amplitudenmodulators.

Die zu übertragenden Signalfunktion  $u_s(t)$  wird im Takt des Abtast- oder Trägerpulses durchgeschaltet, was einer Multiplikation mit der auf der Pulsamplitude  $\hat{u}_p$  oder Abtastamplitude  $\hat{u}_A$  normierten Impulsfolge entspricht.

$$u_{\text{PAM}}(t) = u_{\text{S}}(t) u_{\text{A}}(t)$$

multipliziert mit einem sinusförmigen Nutzsignal

$$u_{\text{S}}(t) = \hat{u}_{\text{S}} \cos(\omega_{\text{S}} t)$$

berechnet sich das Modulationsprodukt zu

$$u_{\text{PAM}}(t) = \hat{u}_{\text{S}} \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \left[ \begin{array}{l} \cos(\omega_{\text{S}} t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)}{(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)} \cos((n\omega_{\text{A}} + \omega_{\text{S}})t) + \\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)}{(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)} \cos((n\omega_{\text{A}} - \omega_{\text{S}})t) \end{array} \right] \quad (5-1)$$

Dies ergibt eine **bipolare Pulsamplitudenmodulation** (bip PAM). Wird dem Signal eine Gleichkomponente  $U_0 = \hat{u}_{\text{A}}$  angefügt,

$$u_{\text{S}}(t) = U_0 + \hat{u}_{\text{S}} \cos(\omega_{\text{S}} t)$$

dann folgt eine **unipolare Pulsamplitudenmodulation** (uni PAM):

$$u_{\text{PAM}}(t) = \hat{u}_{\text{p}} \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \left[ \begin{array}{l} 1 + \frac{\hat{u}_{\text{S}}}{\hat{u}_{\text{p}}} \cos(\omega_{\text{S}} t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)}{(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)} + \\ \frac{\hat{u}_{\text{S}}}{\hat{u}_{\text{p}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)}{(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)} \cos((n\omega_{\text{A}} + \omega_{\text{S}})t) + \\ \frac{\hat{u}_{\text{S}}}{\hat{u}_{\text{p}}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)}{(n \frac{\tau}{T_{\text{A}}} \pi)} \cos((n\omega_{\text{A}} - \omega_{\text{S}})t) \end{array} \right] \quad (5-2)$$

Das Verhältnis  $\hat{u}_{\text{S}} / \hat{u}_{\text{A}}$  entspricht dem Modulationsindex  $m$  beim idealen Modulator.

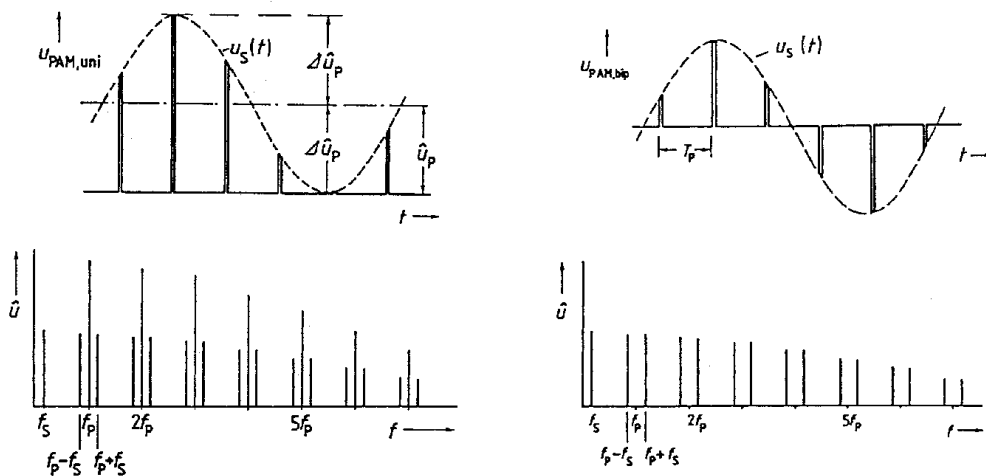


Fig. 5-3 Spektrum und Zeitverlauf uni und bip PAM (Aus [L 6])

Die Beeinflussung der Amplitude des Pulsträgers kann Grundsätzlich mit den gleichen Modulatoren vorgenommen werden, wie diese von der Sinusträgermodulation her bekannt sind.

Als einfachste Schaltung bietet sich der Diodenmodulator an, der in Gegentakt-schaltung bipolare PAM liefert oder in Eintaktschaltung die unipolare PAM, die den meisten praktischen Anwendungsfällen der Pulsamplitudenmodulation zugrunde liegt.

Die Rückgewinnung des übertragenen Signals aus dem Modulationsprodukt der Pulsamplitudenmodulation erfolgt im einfachsten Fall mittels eines Tiefpasses mit der Grenzfrequenz  $f_g = f_{Smax}$  (siehe Spektrum). Die Amplitude des Nutzsignals ist dabei direkt proportional zum Tastverhältnis  $t/T_p$  und kann somit mit einem Halteglied, einer Halteschaltung (Sample and Hold) vergrößert werden.

### 5.3 Pulszeitmodulationen

#### 5.3.1 Pulsdauermodulation

Die Pulsdauermodulation (PDM) wird auch als Pulsbreitenmodulation (PBM) oder Pulse - width - modulation (PWM) bezeichnet.

Während bei der PAM die Pulsamplitude proportional zum modulierenden Signal ist, wird nun die Pulsbreite oder Pulsdauer proportional zum modulierenden Signal hergestellt. Die Amplitude der Impulse bleibt dabei konstant.

In der Trägerimpulsfolge wird der Parameter  $t$  beeinflusst, abhängig vom modulierenden Signal  $u_S(t)$ . Dieser tritt an zwei Stellen auf, im Tastgrad  $\tau/T_A$  auf alle Spektralkomponenten wirkend und zusätzlich in der Funktion  $\sin x/x$  in der Amplitude der Trägerharmonischen. Unter Verwendung eines Aussteuergrades  $p$  erhält man die signalabhängige Impulsdauer zu

$$\tau(t) = \frac{T_A}{2}(1+p \cos \omega_S t) \quad \text{mit: } p = \frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{\Delta\tau}{T_A/2} \quad (5 - 3)$$

Dies ergibt ein pulsdauermoduliertes Signal zu

$$u_{PDM}(t) = \frac{\hat{u}_p}{2}(1+p \cos(\omega_S t)) \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n(1+p \sin(\omega_S t)) \frac{\pi}{2})}{(n(1+p \sin(\omega_S t)) \frac{\pi}{2})} \cos(n\omega_A t) \right] \quad (5 - 4)$$

Diese Form führt auf eine Reihe von Besselfunktionen und gibt ein Spektrum mit folgendem Verlauf:

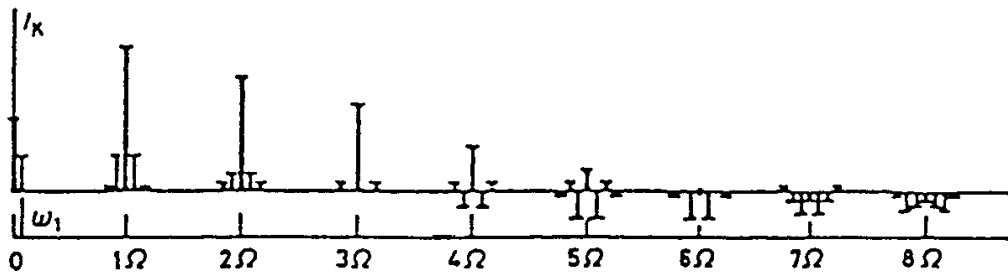


Fig. 5-4 Spektrum einer Pulsdauermodulation ( $p = 0,5$ ;  $2p/T_A = 6\omega_S$ ;  $\Omega = 2\pi/T_A$ )

Eine Beeinflussung der Impulsdauer kann symmetrisch auf die Vorder- und Rückflanke erfolgen oder nur auf die Vorder- bzw. Rückflanke wirken. Technisch von Bedeutung ist im wesentlichen nur die Pulsdauermodulation mit Verschiebung der Rückflanke.

### 5.3.2 Pulsphasenmodulation

Die Pulsphasenmodulation oder Pulspositionsmodulation (PPM) entsteht aus der PDM, indem nur die variable, d.h. die Information enthaltende Flanke durch einen schmalen Impuls übertragen wird. Der Taktimpuls wird nicht jedes Mal, sondern nur in grösseren Abständen zur Synchronisation des Empfängers übertragen.

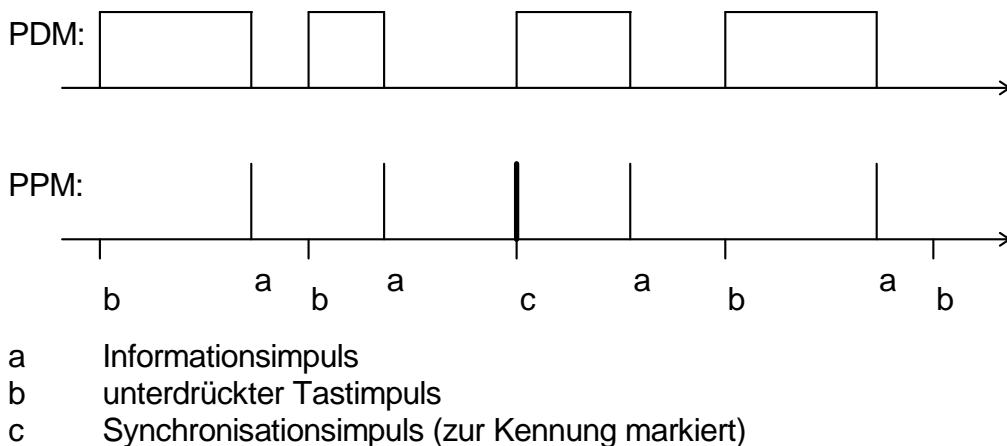


Fig. 5-5 Erzeugung von PPM aus PDM

Bei der Demodulation wird der Synchronisationsimpuls ausgeblendet und daraus wieder die Taktfolge hergestellt. Mit dem regenerierten Takt und den Informationspulsen wird z.B. mit Hilfe eines RS - FlipFlop eine PDM hergestellt und diese weiter behandelt.

Wird der Hub der Informationsimpulse kleiner als die zeitliche Distanz zwischen zwei Abtastungen, so lässt sich PPM gut für Zeitmultiplex verwenden. Die Herstellung des schmalen Impulses kann mit einem schnellen monostabilen Multivibrator erfolgen oder aber mit einer Verzögerungsleitung.

### 5.3.3 Pulsfrequenzmodulation

Diese Art der Pulsmodulation ist in der Fernmesstechnik sehr verbreitet. Bei Pulsfrequenzmodulation (PFM) ist die Zahl der Impulse je Zeiteinheit ein Mass für den Messwert. Der grösstmögliche Zeithub ist dann erreicht, wenn sich die Impulse in den Häufungsgebieten gerade berühren. Zeitmultiplexbetrieb ist nicht möglich.

Die Wiedergewinnung des Modulationssignals kann auf ähnlich einfache Weise geschehen wie bei PAM, nämlich über einen Tiefpass.

Eine zur Messgrösse proportionale Frequenz stellt man in der Praxis beispielsweise über die Drehfrequenz eines Motors (Kilowattstundenzähler etc) oder mit einer astabilen Kippstufe (Multivibrator) die eine zur Spannung proportionale Frequenz liefert her.



$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} p(u)u^2 du = \frac{1}{U_0} \int_{-\frac{U_0}{2}}^{\frac{U_0}{2}} u^2 du = \frac{U_0^2}{12} \quad (6 - 1)$$

Wenn wir dieses Signal in  $s$  gleich grossen Stufen quantisieren, erhalten wir eine Stufenhöhe von

$$a = U_0 / s$$

Bei einem gleichverteilten Signal wird auch der Fehler der Quantisierung im Quantisierungsintervall gleichverteilt, und wir erhalten für die Rauschleistung  $N$ :

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} p(u)u^2 du = \frac{1}{a} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} u^2 du = \frac{a^2}{12} \quad (6 - 2)$$

Die Signalleistung  $S$  des quantisierten Signales ist der verbleibende Rest

$$S = P_n - N = \frac{a^2}{12}(s^2 - 1) \quad (6 - 3)$$

Somit haben wir den Störabstand (Signal-to-Noise-Ratio)

$$\frac{S}{N} = s^2 - 1 \quad (6 - 4)$$

oder als Logarithmisches Mass in Dezibel:

$$r_q = 10 \cdot \lg\left(\frac{S}{N}\right) = 10 \cdot \lg(s^2 - 1) \text{ [dB]} \approx 20 \cdot \lg(s) \text{ für } s \gg 1 \quad (6 - 5)$$

$s$  Stufen können in einem einfachen Code mit  $n = \lg(s)$  Bit dargestellt werden. Somit kann der Störabstand mit

$$r_q = 10 \cdot \lg(2^{2n} - 1) \approx 20 \cdot \lg(2^n) \text{ für } n \gg 1 \quad (6 - 6)$$

oder vereinfacht zu

$$r_q = n \cdot 6 \text{ für } n \gg 1 \quad (6 - 7)$$

bestimmt werden. Als Grössenordnung nimmt der Störabstand mit jedem zusätzlichen Bit um die Hälfte ab, was absolut verständlich ist.

#### **Anmerkung:**

Diese Beziehung wird in seiner Umkehrung auch gerne herangezogen für die Beurteilung der maximalen Kanalkapazität: In einem Kanal mit dem Störabstand  $S/N$  können im Maximum  $s$  Stufen übertragen werden:

$$s = \sqrt{1 + \frac{S}{N}} \quad (6 - 8)$$

### 6.3 Codierung und Decodierung

Für die Quantisierung wird in der Regel mehr Zeit benötigt, als der Dauer eines Abtastimpulses entspricht. Darum wird dem Abtaster ein Halteglied, eine Halteschaltung nachgeschaltet (sample and hold).

Je nach verfügbarer Zeit und erlaubtem technischem Aufwand stehen zur Quantisierung und binären Codierung drei grundsätzliche Methoden zur Verfügung: Zählmethode, Iterationsmethode (Wägemethode), Parallelmethode.

Durch Decodierung wird im Empfänger aus dem empfangenen Codewort ein dem Zahlenwert entsprechender Strom- oder Spannungswert erzeugt.

Die Folge der Strom- oder Spannungsimpulse ist ein PAM - Signal, das der quantisierten Sendefunktion entspricht. Durch einen Tiefpass kann daraus die Information gewonnen werden.

Wir verweisen für Details dieser Schaltungen auf die Schaltungstechnik, A/D und D/A Wandler.

### 6.4 Kompondierung

Aus obiger Formel für den Geräuschabstand ergibt sich für 65 dB (Forderung der PTT) eine Stufenzahl von 1780 Quantisierungsstufen. Diese grosse Anzahl würde bei Binärcodierung elf Schritte erfordern.

Um die daraus folgende grosse Schrittgeschwindigkeit zu übertragen, müssten breite Frequenzbänder zur Verfügung gestellt werden. Durch Kompondierung kann jedoch die Zahl der benötigten Schritte von 11 auf 7 reduziert werden.

Der Grundgedanke ist, bei hohen Signalamplituden ein höheres Quantisierungsgeräusch zuzulassen (bei gleichbleibendem Geräusch**abstand**). Anders ausgedrückt bedeutet dies, dass die geringeren Signalamplituden, die ja vom Störgeräusch eher in Mitleidenschaft gezogen werden als die hohen, durch grössere Verstärkung und dadurch mögliche feinere Stufung der Quantisierungsintervalle bevorzugt werden.

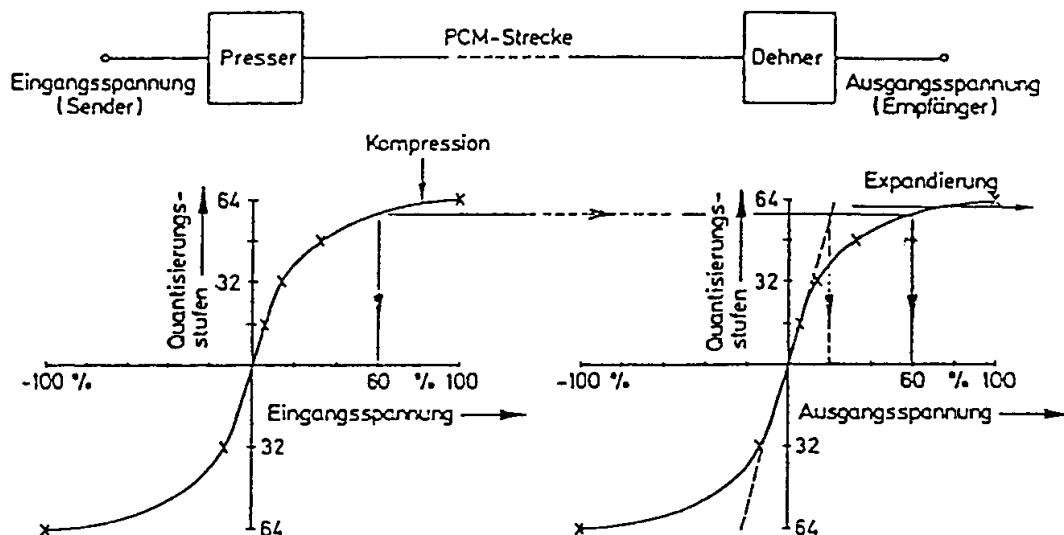


Fig. 6-2 Kompondierungskennlinien

Die einzelnen Quantisierungsintervalle  $a$  sollen proportional zu den Spannungsamplitude sein:

$$a(u) = k \cdot u$$

Damit verkleinert sich das Quantisierungsrauschen  $N = a^2 / 12$  quadratisch mit  $u$ , und man erhält einen konstanten Störabstand. Dies erreichen wir durch einen nichtlinearen Verstärker, der das Signal  $u$  nach dem Signal  $u_k$  komprimiert. Man spricht dabei von der **Kompondierung**.

Dies führt zu einer Verstärkerkennlinie wo die Steigung der Kurve umgekehrt proportional zur Eingangsspannung ist. Wir erhalten somit die Form

$$\frac{du_k}{du} = \frac{K}{u} \Rightarrow u_k = K \int \frac{1}{u} du = K \cdot \ln(u) + C \quad (6 - 9)$$

Diese logarithmische Verstärkerkennlinie geht nicht durch Null und kann nur im oberen Signalbereich angewendet werden. In der Praxis müssen stückweise stetige Kompondierungskennlinien angewendet werden. Als Beispiel sei hier die in Europa übliche, vom CCITT<sup>11</sup> genormte A - Kennlinie dargestellt.

$$u_k = \begin{cases} \left( \frac{A}{1 + \ln(A)} \cdot |u| \right) & \text{für } 0 \leq |u| \leq \frac{1}{A} \\ \left( \frac{1 + \ln(A \cdot |u|)}{1 + \ln(A)} \right) & \text{für } \frac{1}{A} \leq |u| \leq 1 \end{cases} \quad (6 - 10)$$

<sup>11</sup> CCITT: Comité Consultatif International Télégraphique et Téléphonique.

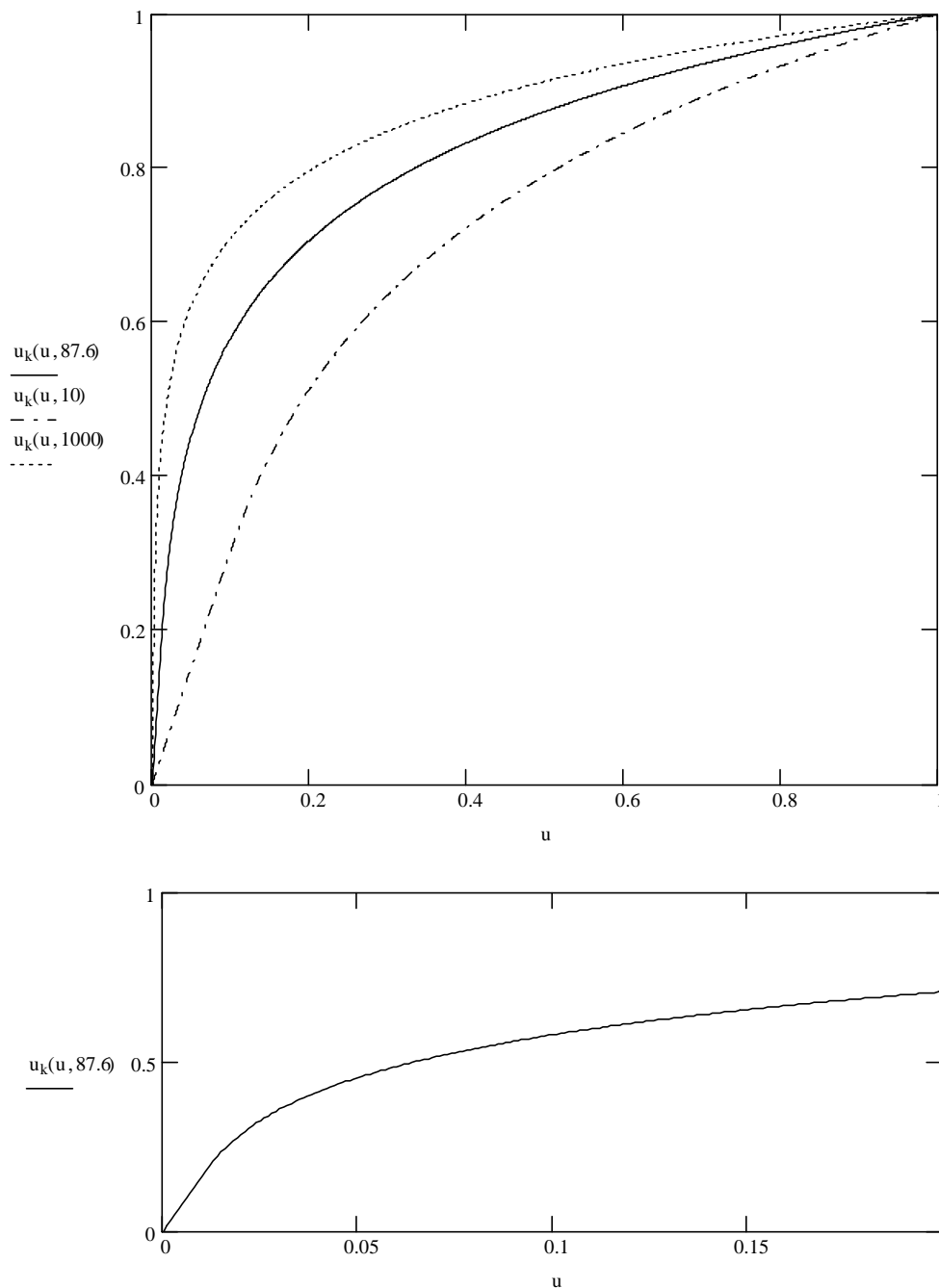


Fig. 6-3 A – Kennlinie

Für kleine Signale hat dieser Kompondierungsverstärker eine lineare Verstärkung

$$v = A/(1+\ln(A))$$

Diese Verstärkung bewirkt direkt die gewünschte Verbesserung des Störabstandes. Man spricht dabei vom **Kompandierungsgewinn**  $g_k$ . Der Störabstand des kompondierten Signales  $r_k$  ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Quantisierungsrauschen und dem Kompandierungsgewinn.

$$g_k = 20 \log \frac{A}{1 + \ln A} [\text{dB}] \tag{6 - 11}$$

$$r_k = r_q - g_k$$

In der Praxis lassen sich solche Kompondierungskennlinien nach CCITT mit kontinuierlichem Verlauf nicht gut realisieren. Darum wird diese In Kurve durch gerade Segmente angenähert. Die CCITT A - Kennlinie wird durch 13 gerade Segmente approximiert. Dies ergibt bei der von CCITT gewählten Wert A=87.6 einen Kompondierungsgewinn von 24 dB.

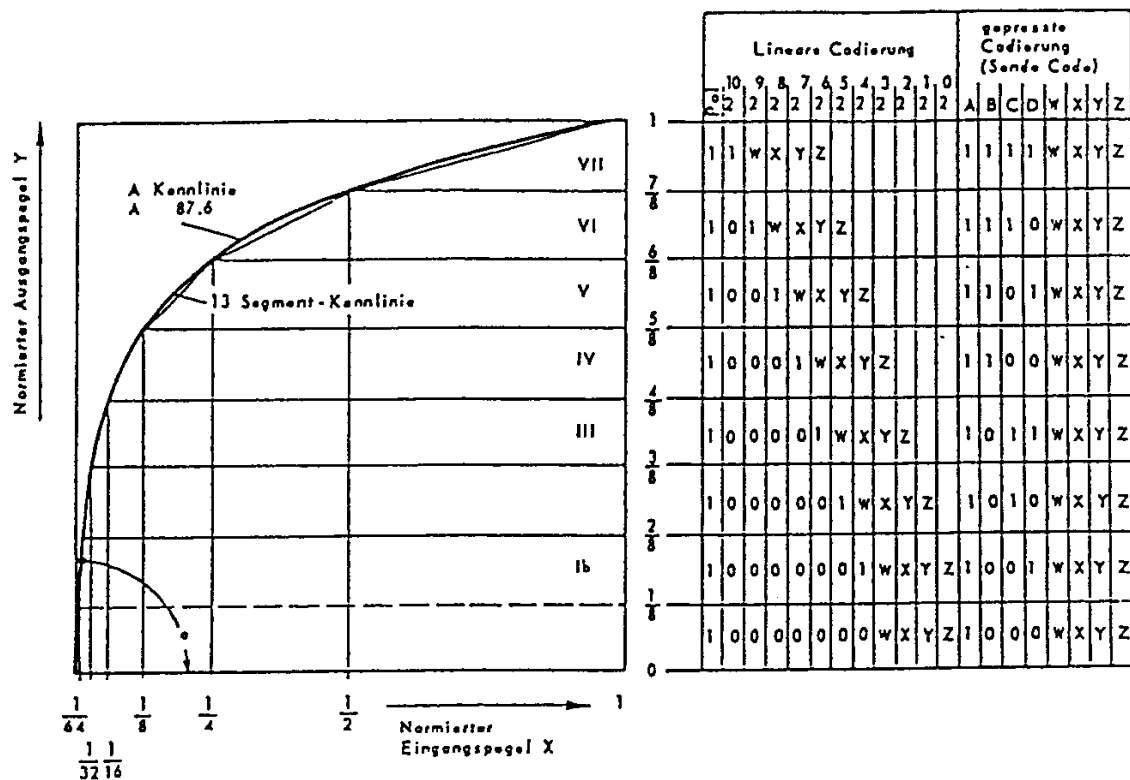


Fig. 6-4 13 Segment A - Kennlinie nach CCITT

## 6.5 Multiplexbildung

Bei einer Abtastfrequenz von 8 kHz entnehmen wir dem Sprachkanal alle  $1/(8000 \text{ Hz}) = 125 \mu\text{s}$  eine Amplitudenprobe. Bei  $256 = 2^8$  Amplitudenstufen ergeben sich 8-bit-Codewörter und damit eine Bitrate von  $8000 \text{ s}^{-1} \cdot 8 \text{ bit} = 64 \text{ kbit/s}$ .

Nun sind aber die Bandbreiten verfügbarer Übertragungswege wesentlich grösser, als man für die Übertragung dieser Bitrate benötigen würde. Deshalb können wir die Dauer eines Bits entsprechend kleiner wählen, so dass das Spektrum der Impulse die verfügbare Bandbreite optimal ausnutzt.

Dadurch entsteht ein freier Zeitraum bis zur Übertragung des nächsten Codewortes. Während dieser Zeit können Codeworte von weiteren gleichartigen Kanälen übertragen werden. Lassen sich innerhalb der Rahmendauer von  $125 \text{ ms}$  32 Kanäle unterbringen, so ergibt sich eine Bitrate von  $8000 \text{ s}^{-1} \cdot 8 \text{ bit} \cdot 32 = 2,048 \text{ Mbit/s}$

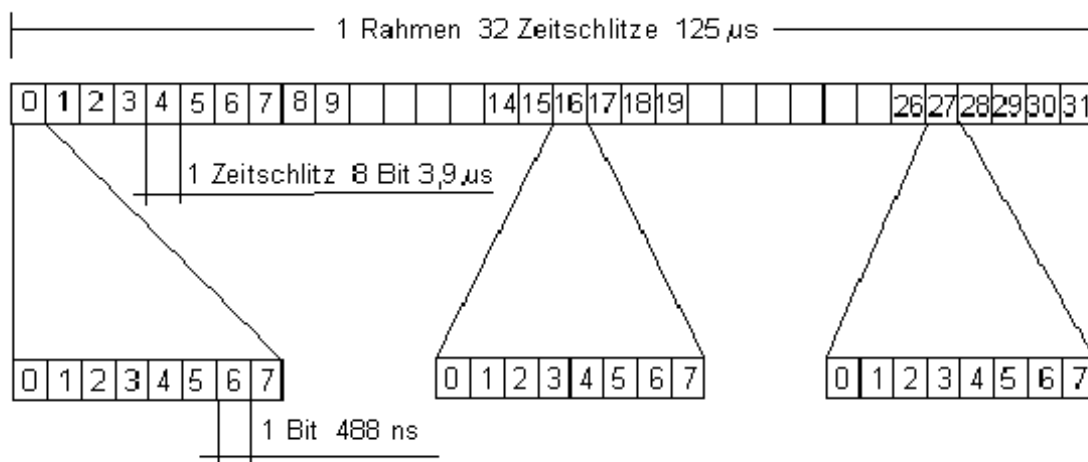


Fig. 6-5 Rahmenstruktur

Der Zeitschlitz 0 wird zur Rahmensynchronisation und der Zeitschlitz 16 zur Signallerzeugung der restlichen 30 Sprachkanäle verwendet. Zeitschlitze 1 bis 15 und 17 bis 31 werden für Sprachübertragung eingesetzt.

## 6.6 Praktischer Schaltungsaufbau

Als Beispiel einer praktischen PCM Realisierung sei auf der nächsten Seite ein Blockschaltbild einer PCM - 30 Installation abgebildet.

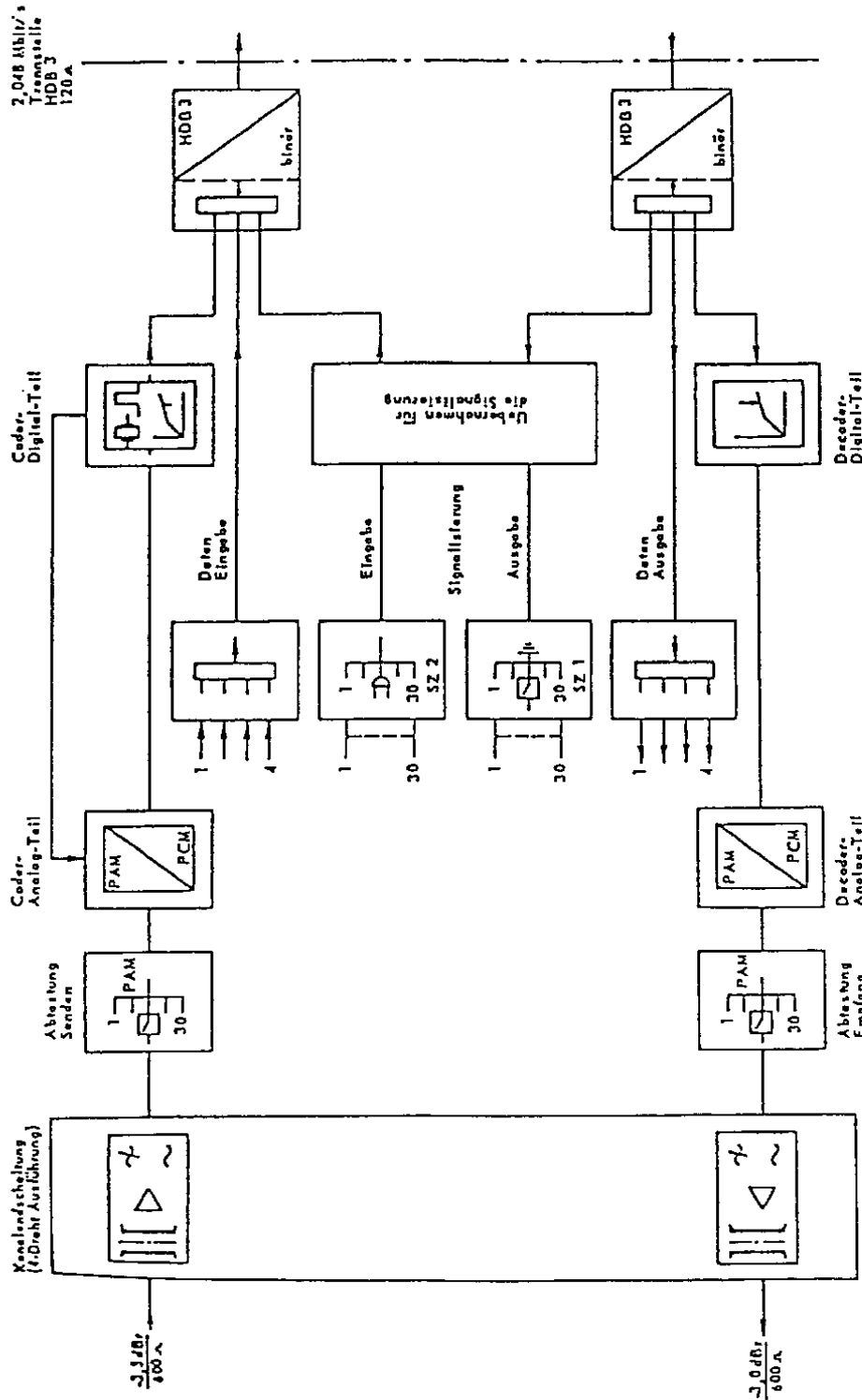


Fig. 6-6 Blockschaltbild einer PCM – 30 Installation

## 6.7 Prädiktive Codierung

Bei der PCM wird jeder abgetastete Stützwert codiert, komprimiert und vollständig übertragen. Dies ist aber nicht unbedingt nötig, um den Verlauf des Signals zu rekonstruieren.

Es genügt, wenn der aktuelle Wert des Signals in einem sogenannten **Prädiktor** festgehalten wird, und nur noch die Differenz des neuen Wertes des Signals zum vorangehenden Wert übertragen wird. Diese Verfahren sind auch bekannt unter der Bezeichnung **Differenz - Pulsmodulation DPCM**.

### 6.7.1 Deltamodulation

Deltamodulation (DM) kann als Spezialfall der Differenz - PCM interpretiert werden, wenn zur Übertragung der Differenz nur noch ein einstelliger Binärcode verwendet wird.

Ausgehend von einem bestimmten Anfangswert, der auch dem Empfänger bekannt ist, wird in den Abtastzeitpunkten entschieden, ob das zu übertragende Signal grösser oder kleiner als der vorangehende quantisierte Abtastwert ist. Ist die Abweichung positiv, so erfolgt ein Einheitsschritt in positiver Richtung. Für negative Abweichungen wird ein Einheitsschritt in negativer Richtung ausgeführt.

Es können dabei zwei Betriebszustände auftreten:

1. Der erste Betriebsfall ist dadurch gegeben, dass der Modulator dem Signal folgt (tracking condition). Dieser Fall ist dadurch gekennzeichnet, dass positive und negative Abweichungen aufeinanderfolgen. Dies führt zu Rauschstörungen, die als granulares Rauschen (granular noise) bezeichnet werden.
2. Der zweite Betriebsfall entsteht, wenn das Signal so schnell ändert, dass der Modulator durch Aufeinanderreihen von Schritten gleicher Höhe dem Signal nicht folgen kann. Dieser Fall wird als Steigungsüberlastung (slope overload) bezeichnet. Diese Steigungsüberlastung begrenzt die Anwendungsmöglichkeiten von DM.

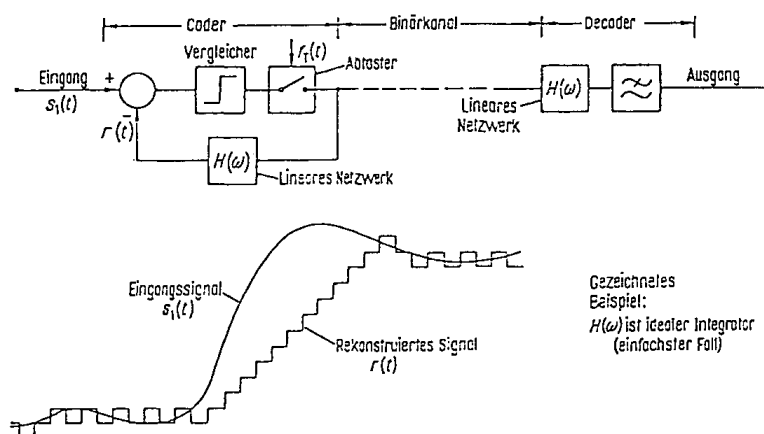


Fig. 6-7 Prinzip der Deltamodulation

Ein sinusförmiges Nutzsignal hat beim Nulldurchgang die maximale Steigung von

$$u_s(t) = \hat{u}_s \sin(\omega_s t) \quad \left. \frac{du_s(t)}{dt} \right|_{\max} = \omega_s \hat{u}_s \quad (6 - 12)$$

Andererseits kann ein Deltamodulator mit der Schritthöhe  $a$  und mit dem Taktimpulsabstand  $T_A = 1/f_A$  eine maximale Steigung von  $a \cdot f_A$  erreichen. Damit gilt der feste Zusammenhang

$$\omega_s \cdot \hat{u}_s = a \cdot f_A = a/T_A \quad (6 - 13)$$

Dies würde aber bedeuten, dass man ein Sprachband bis zu 3,4 kHz quantisiert in  $s = 40$  Stufen, worin  $s = U/a = u_{\text{Spp}}/a = 2\hat{u}_s/a$ , mit 427 kHz abtasten müsste. Wir können ein Nutzsignal, das mit einer grösseren Abtastfrequenz abgetastet wird - ohne Verlust an Information - mit einem Tiefpass filtern. Dies führt uns zu folgendem Vorgehen für die Abschätzung des Rauschabstandes:

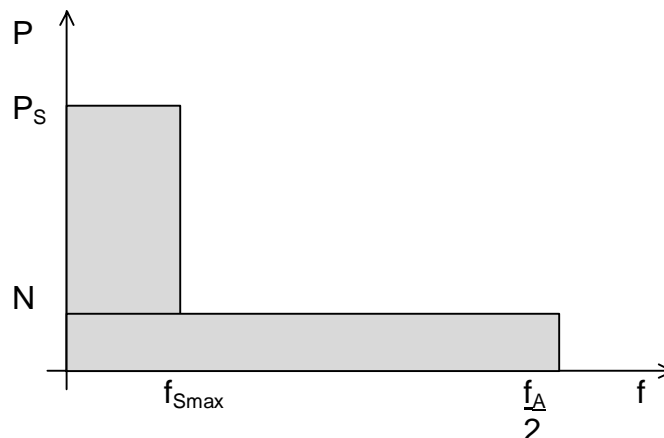


Fig. 6-8 Qualitatives Leistungs - Spektrum zur Deltamodulation

Durch die Digitalisierung mit nur einem Bit entsteht ein Quantisierungsrauschen, das nicht unwesentlich ist, aber über das ganze Frequenzspektrum von 0 bis  $f_A/2$  verteilt wird. Wir schalten hinter den einfachen 1 Bit D/A Wandler ein Tiefpassfilter und unterdrücken alle Frequenzen grösser als  $f_{\text{Smax}}$ . Damit wird die Rauschleistung stark vermindert.

Im übrigen gelten die gleichen Überlegungen wie bei der PCM und das Quantisierungsrauschen lässt sich durch Kompondierung wesentlich herabsetzen.

### 6.7.2 Digital Controlled Delta Modulation DCDM (Kompondierung)

Bei der Deltamodulation kann aus einer Eins – Folge auf einen Signalanstieg, aus einer Null – Folge auf Signalabfall und aus einer Eins – Null – Folge auf Signal Konstanz geschlossen werden.

Es liegt nahe, diese Gesetzmässigkeit für die Gewinnung des Kompondierungs – Gesetzes auszunutzen, so dass für die Expandierung keine zusätzliche Information übertragen werden muss.

Der als „Digital Controlled Delta Modulation (DCDM)“ bezeichnete Prozess verläuft so, dass das digitale Ausgangssignal einem 3 – Bit Schieberegister zugeführt wird, das in einem Rückkopplungskreis liegt.

Die drei Ausgänge des Schieberegisters sind mit einer EXOR – Schaltung verbunden. Die von der EXOR – Schaltung abgegebenen Impulse bewirken am Ausgang des nachgeschalteten Integrators eine Spannungsänderung  $\Delta U$ . Bei langen 1 – oder 0 – Folgen wird  $\Delta U = \Delta U_{\text{Max}}$  und bei dauerndem 0 / 1 – Wechsel wird  $\Delta U = \Delta U_{\text{Min}}$ .

Mit den abgehenden digitalen Daten und dem variierenden  $\Delta U$  wird eine Pulsamplitudenmodulation PAM gebildet, die über einen Integrator dem Komparator zugeführt wird.

Damit stehen für die Bildung der Deltamodulation, je nach Steigung des Signals, unterschiedliche Stufenhöhen zur Verfügung.

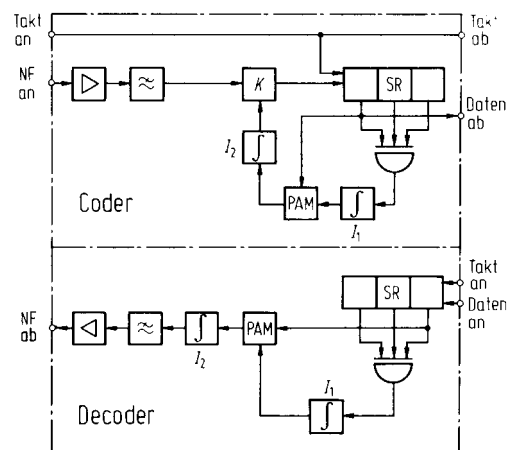


Fig. 6-9 Blockschaltbild zu Coder und Encoder einer DCDM (Aus [L 8])

## 7 Anhang

### 7.1 Literatur

### 7.2 Besselfunktionen

$\Delta\phi_T := 0, 0.01 \dots 10$

