

Aufgabe 1

Skizzieren Sie den zeitlichen Signalverlauf und das Amplitudenspektrum einer Amplitudenmodulation für ein sinusförmiges Signal und für unterschiedlichen Modulationsgrad. ($m = 0,5 / 1 / 1.5 / 100$).

$$\omega_s := \frac{2 \cdot \pi}{64} \quad \omega_T := \frac{2 \cdot \pi}{8} \quad t := 0..127 \quad f := 10..20 \quad u_0 := 1$$

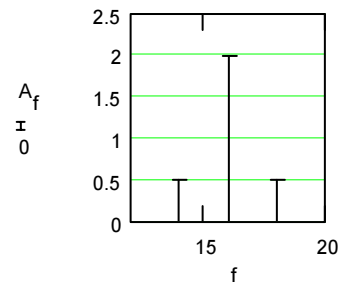
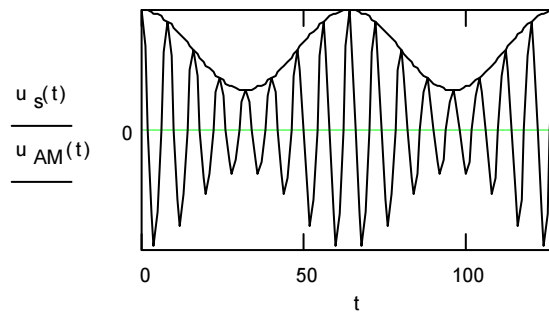
$$u_T := 2$$

$$m := 0.5$$

$$u_s(t) := u_T + u_0 \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$$

$$u_{AM}(t) := u_s(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$a_t := u_{AM}(t) \quad A := 2 \cdot \text{SFT}(a)$$



$$\omega_s := \frac{2 \cdot \pi}{64} \quad \omega_T := \frac{2 \cdot \pi}{8} \quad t := 0..127 \quad f := 10..20 \quad u_0 := 1$$

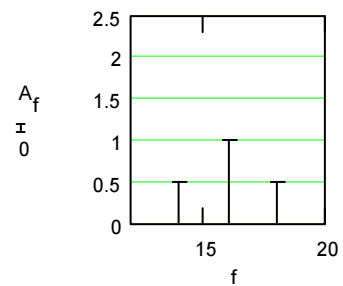
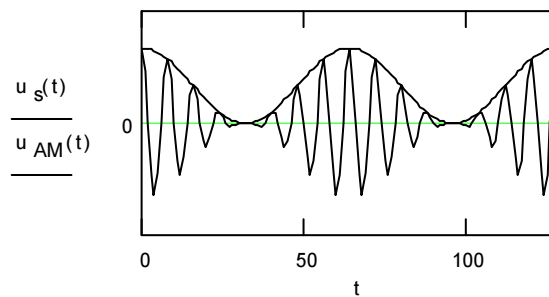
$$u_T := 1$$

$$m := 1$$

$$u_s(t) := u_T + u_0 \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$$

$$u_{AM}(t) := u_s(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$a_t := u_{AM}(t) \quad A := 2 \cdot \text{SFT}(a)$$



$$\omega_s := \frac{2 \cdot \pi}{64} \quad \omega_T := \frac{2 \cdot \pi}{8} \quad t := 0..127 \quad f := 10..20 \quad u_0 := 1$$

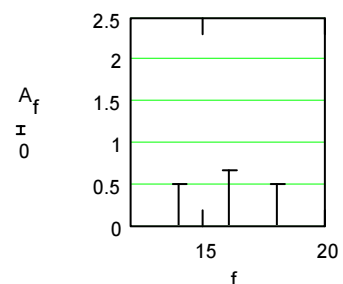
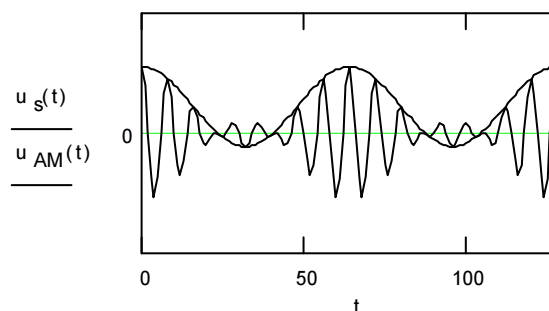
$$u_T := \frac{2}{3}$$

$$m := 1.5$$

$$u_s(t) := u_T + u_0 \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$$

$$u_{AM}(t) := u_s(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$a_t := u_{AM}(t) \quad A := 2 \cdot \text{SFT}(a)$$



$$\omega_s := \frac{2 \cdot \pi}{64} \quad \omega_T := \frac{2 \cdot \pi}{8} \quad t := 0..127 \quad f := 10..20 \quad u_0 := 1$$

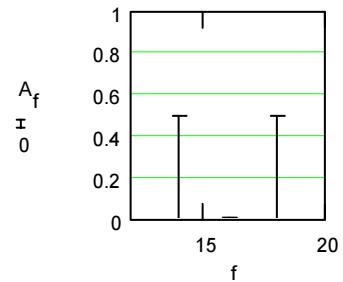
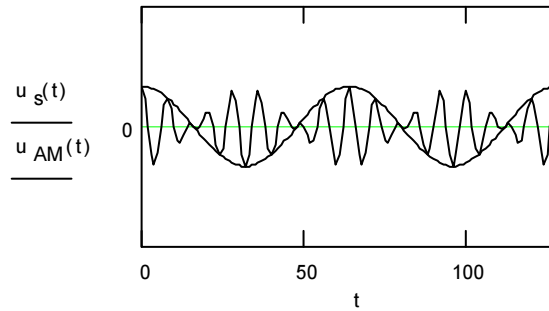
$$u_T := 0.01$$

$$u_s(t) := u_T + u_0 \cdot \cos(\omega_s \cdot t)$$

$$u_{AM}(t) := u_s(t) \cdot \cos(\omega_T \cdot t)$$

$$m := 100$$

$$a_t := u_{AM}(t) \quad A := 2 \cdot \text{SFT}(a)$$



Aufgabe 2

Welcher Modulationsgrad ergibt sich, wenn die Amplituden der Seitenschwingungen bei einer Amplitudenmodulation je 50% der Trägeramplitude betragen ?

$$u_{SB} = u_T \cdot \frac{m}{2} \quad \text{has solution(s)} \quad m = 2 \cdot \frac{u_{SB}}{u_T} \quad \Rightarrow \quad m := 1$$

Aufgabe 3

Bei einer Amplitudenmodulation mit $m = 0,4$ werden die Seitenschwingungen mit 300 mV auf dem Spektrum - Analysator gemessen. Wie gross ist die Amplitude des Trägers ?

$$m := 0.4 \quad u_{SB} := 0.3$$

$$u_{SB} = u_T \cdot \frac{m}{2} \quad \text{has solution(s)} \quad u_T := 2 \cdot \frac{u_{SB}}{m} \quad u_T = 1.5 \quad \text{V}$$

Aufgabe 4

Ein Träger mit 10 V Amplitude werde mit $m = 0,3$ moduliert. Wie gross werden die Amplituden der Seitenschwingungen ? (AM)

$$m := 0.3 \quad u_T := 10 \quad \text{V} \quad u_{SB} := u_T \cdot \frac{m}{2} \quad u_{SB} = 1.5 \quad \text{V}$$

Aufgabe 5

Ein Signal von 800 Hz werde amplitudenmoduliert. Wir messen die untere Seitenschwingung bei 1,0002 MHz. Welche Frequenzen haben der Träger und die obere Seitenschwingung ?

$$f_U := 1.0002 \cdot \text{MHz} \quad f_S := 800 \cdot \text{Hz}$$

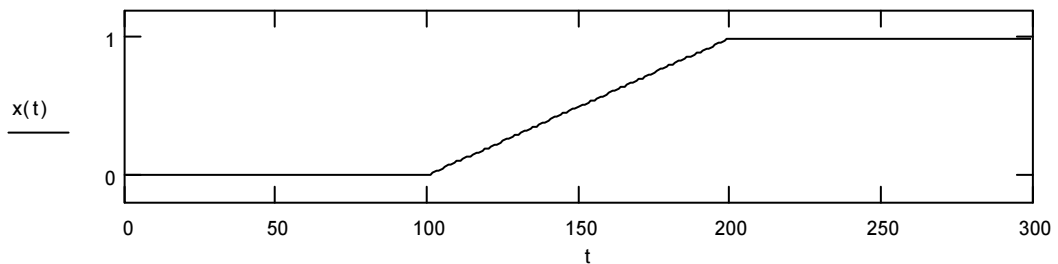
$$f_U = f_T - f_S \quad \text{has solution(s)} \quad f_T := f_U + f_S \quad f_T = 1.001 \cdot \text{MHz}$$

$$f_O := f_T + f_S \quad f_O = 1.0018 \cdot \text{MHz}$$

Aufgabe 6

Gegeben sei der nachstehende Verlauf eines Zeitsignales: ¹

$$t := 0..300 \quad x(t) := \frac{t-100}{100} \cdot \Phi(t-100) - \frac{t-200}{100} \cdot \Phi(t-200)$$



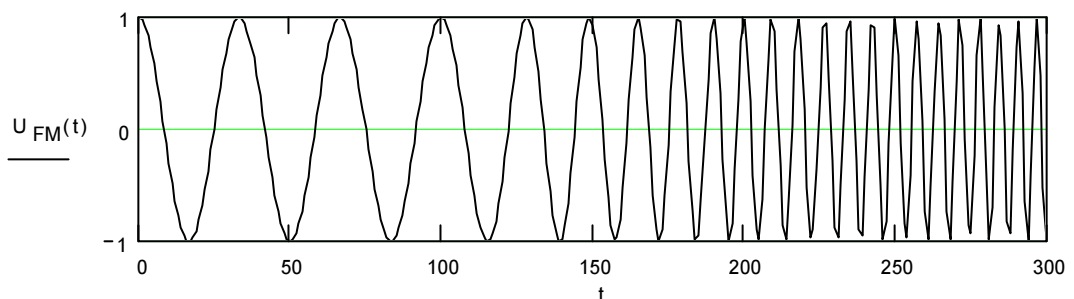
Skizzieren Sie den Verlauf dieses Signales nach einer Frequenzmodulation mit $f_T = 0,03$ und $\Delta f_T = 0,0003$.

Für die FM wird $x(t)$ integriert zu $X(t)$:

$$X(t) := \frac{1}{200} \cdot (t-100)^2 \cdot \Phi(t-100) - \frac{1}{200} \cdot (t-200)^2 \cdot \Phi(t-200)$$

$$f_T := 0.03 \quad \Delta f_T := 0.0003$$

$$U_{FM}(t) := \cos[2 \cdot \pi \cdot (X(t) \cdot \Delta f_T + f_T) \cdot t]$$



¹ Heaviside step function: $\Phi(x) = 1$ if $x \geq 0$, otherwise = 0

Aufgabe 7

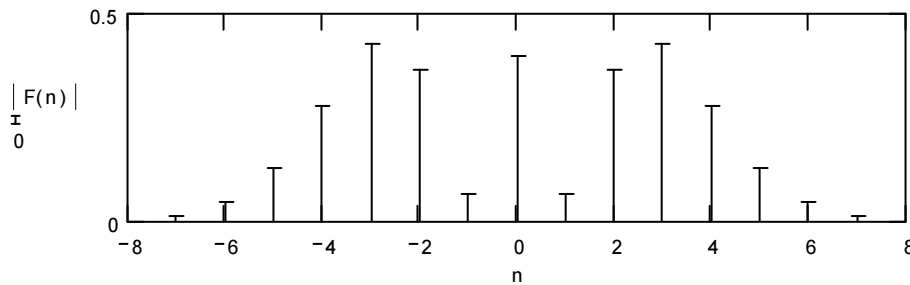
Ein Signal mit $f_S = 4$ kHz wird frequenzmoduliert. Der Frequenzhub betrage 16 kHz.

a) Wie sieht das Spektrum aus ? (bis 7te Spektrallinie).

$$f_S := 4 \cdot \text{kHz} \quad \Delta f_T := 16 \cdot \text{kHz} \quad \Delta \phi_T := \frac{\Delta f_T}{f_S}$$

$$n := -7, -6 \dots 7 \quad \Delta \phi_T = 4$$

$$F(n) := J_n(|n|, \Delta \phi_T)$$



F(n)
0.015
0.049
0.132
0.281
0.43
0.364
-0.066
-0.397
-0.066
0.364
0.43
0.281
0.132
0.049
0.015

b) Wie gross ist die Bandbreite des Signals, wenn Amplituden bis 10% berücksichtigt werden ?

$$B_{10} := 2 \cdot (\Delta f_T + f_S)$$

$$B_{10} = 40 \text{ kHz}$$

=====

c) Wie gross ist die Leistung des Signales innerhalb der Bandbreite nach b) verglichen mit der Leistung des unmodulierten Trägers ?

$$\frac{B_{10}}{2 \cdot f_S} = 5$$

Es muss somit inklusive der 5ten Harmonischen (4te Oberwelle) gerechnet werden

$$k := -5, -4 \dots 5$$

$$P := \sum_k (F(k))^2$$

$$P = 99.469 \%$$

=====

Aufgabe 8

Auf einem Spektrum - Analysator beobachten Sie das folgende Amplitudenspektrum eines mit einem sinusförmigen Signal frequenzmodulierten Trägers mit der Trägerfrequenz 1 MHz.

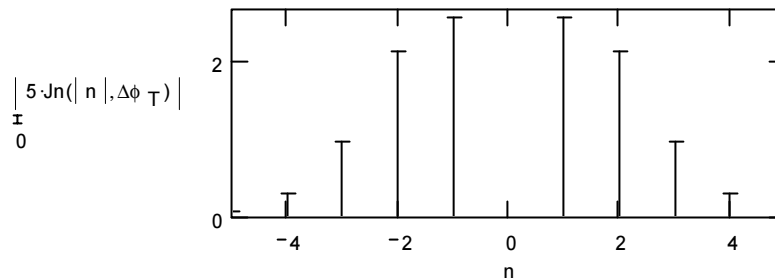
0.08	0.32	1.00	2.16	2.60	0.00	2.60	2.16	1.00	0.32	0.08	Volt
925	940	955	970	985	1000	1015	1030	1045	1060	1075	kHz

a) Wie gross ist der Frequenzhub des Sendesignals ?

Der Traeger ist Null bei ungefähr $\Delta\phi_T := 2.3$ $n := -5, -4 .. 5$

oder genauer bei $\Delta\phi_T := \text{wurzel}(J_0(\Delta\phi_T), \Delta\phi_T)$ $\Delta\phi_T = 2.403$

$5 \cdot J_n(|n|, \Delta\phi_T)$



0.08
0.32
0.99
2.16
2.6
$4.96 \cdot 10^{-3}$
2.6
2.16
0.99
0.32
0.08

Die Signalfrequenz kann aus dem Spektrum berechnet werden:

$$f_S := 15 \cdot \text{kHz}$$

Somit wird der Frequenzhub

$$\Delta f_T := \Delta\phi_T \cdot f_S$$

$$\Delta f_T = 36.044 \cdot \text{kHz}$$

b) Wie gross ist die Amplitude des Sendesignals ?

Bei FM ist dies die Amplitude des Trägers, hier 5 V.

c) Wie gross ist die Leistung des Sendesignals an 50 Ohm ?

$$m := 1..5 \quad P := \frac{(5 \cdot \text{V})^2}{50 \cdot \Omega \cdot 2} \cdot 2 \cdot \left(\sum_m J_n(m, \Delta\phi_T)^2 \right) \quad \underline{\underline{P = 250 \cdot \text{mW}}}$$

Aufgabe 9

Berechnen Sie die Bandbreite (Seitenbandamplituden > 10%) einer winkelmodulierten Schwingung mit einem Phasenhub von 1 rad im Vergleich zur Bandbreite einer amplitudenmodulierten Schwingung bei einer Signalfrequenz von 5 kHz.

$$f_S := 5 \cdot \text{kHz} \quad \Delta\phi_T := 1$$

$$B_{WM} := 2 \cdot (f_S + \Delta\phi_T \cdot f_S) \quad B_{WM} = 20 \cdot \text{kHz}$$

$$B_{AM} := 2 \cdot f_S$$

$$B_{AM} = 10 \cdot \text{kHz}$$

$$\frac{B_{WM}}{B_{AM}} = 2$$

Aufgabe 10

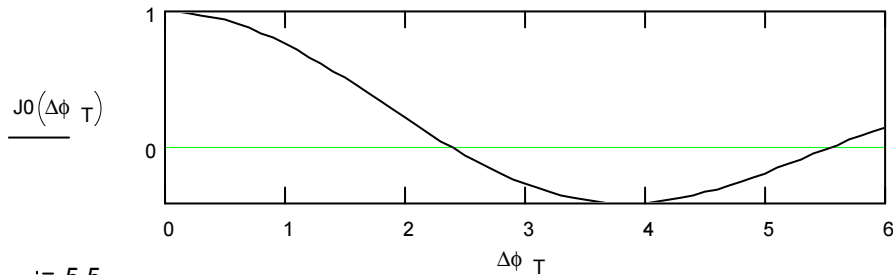
Ein Träger wird mit einer Frequenz von 10 kHz frequenzmoduliert und das Spektrum auf einem Spektrum - Analysator mit zunehmendem Hub untersucht. Der Träger verschwindet zum zweiten Mal bei einer Signalamplitude von 1,1 V.

- a) Wie gross ist der Frequenzhub ?

$$f_S := 10 \cdot \text{kHz}$$

$$\Delta\phi_T := 0, 0.1 \dots 6$$

$$U_1 := 1.1 \cdot \text{V}$$



$$\Delta\phi_T := 5.5$$

$$\Delta\phi_T := \text{wurzel}(J_0(\Delta\phi_T), \Delta\phi_T)$$

$$\Delta\phi_T = 5.52$$

$$\Delta f_T := \Delta\phi_T \cdot f_S$$

$$\Delta f_T = 55.201 \cdot \text{kHz}$$

- b) Wie gross ist der Frequenzhub bei einer Signalamplitude von 1 V ?

$$U_2 := 1 \cdot \text{V}$$

$$\Delta f_{T2} := \Delta f_T \cdot \frac{U_2}{U_1}$$

$$\Delta f_{T2} = 50.182 \cdot \text{kHz}$$

- c) Wieviel der Leistung wird im Fall b) in einer Bandbreite von 100 kHz übertragen ?

$$\frac{100 \cdot \text{kHz}}{2 \cdot f_S} = 5$$

$$\Delta\phi_{T2} := \frac{\Delta f_{T2}}{f_S}$$

wir müssen also 5 Oberwellen berücksichtigen $n := 1 \dots 5$

$$P := J_0(\Delta\phi_{T2})^2 + 2 \cdot \sum_n J_n(n, \Delta\phi_{T2})^2$$

$$P = 95.795 \cdot \%$$

Aufgabe 11

Wie gross ist die 1% Bandbreite bei einem Frequenzhub von 75 kHz und einer maximalen Modulationsfrequenz von 15 kHz ?

$$\Delta f_T := 75 \cdot \text{kHz}$$

$$f_{S\text{max}} := 15 \cdot \text{kHz}$$

$$B_1 := 2 \cdot (\Delta f_T + 2 \cdot f_{S\text{max}})$$

$$B_1 = 210 \cdot \text{kHz}$$

Aufgabe 12

Mit einem Sprechfunkgerät sollen in einer Bandbreite von 17 kHz Signale von 300 Hz bis 3,4 kHz übertragen werden.

- a) Welcher Frequenzhub kann genutzt werden bei einer Übertragung von Seitenbandamplituden > 10 %

$$B_{10} := 17 \cdot \text{kHz} \quad f_{S\max} := 3.4 \cdot \text{kHz} \quad f_{S\min} := 300 \cdot \text{Hz}$$

$$\Delta f_T := \frac{B_{10}}{2} - f_{S\max} \quad \Delta f_T = 5.1 \cdot \text{kHz}$$

- b) Zwischen welchen Werten ändert sich der Modulationsindex ?

$$\eta_{\max} := \frac{\Delta f_T}{f_{S\max}}$$

$$\eta_{\min} := \frac{\Delta f_T}{f_{S\min}}$$

$$\eta_{\max} = 1.5$$

$$\eta_{\min} = 17$$

=====

=====

Aufgabe 13

Durch Addition von zwei Seitenschwingungen mit einem um 90° verschobenen Träger wird eine Winkelmodulation mit kleinem Hub erzeugt.

Der Träger hat eine Spannung von 2 V und die Seitenschwingungen weisen je 100 mV auf.

Wie gross ist der maximale Phasenhub in rad und Grad ?

Die Spannungen $U_S := 0.1 \cdot \text{V}$ und $U_T := 2 \cdot \text{V}$ stehen im Zeigerdiagramm rechtwinklig aufeinander. Der eingeschlossene Winkel ist der gesuchte Phasenhub.

$$\Delta\phi_T := \text{atan}\left(\frac{2 \cdot U_S}{U_T}\right)$$

$$\Delta\phi_T = 0.1$$

$$\Delta\phi_T = 5.711 \cdot \text{grad}$$

=====

Aufgabe 14

Gegeben seien ein Antialiasing - Filter mit einer Grenzfrequenz von 5 kHz und die Abtastfrequenz 8 kHz. Welche maximale Frequenz darf das Nutzsignal aufweisen ?

$$f_A := 8 \cdot \text{kHz} \quad f_G := 5 \cdot \text{kHz}$$

$$f_{S\max} := f_A - f_G \quad f_{S\max} = 3 \cdot \text{kHz}$$

=====

Aufgabe 15

Das Sprachband von 300 Hz bis 3,4 kHz soll abgetastet werden. Das Antialiasing - Filter hat eine Grenzfrequenz von 4,6 kHz. Wieviele Stützpunkte müssen pro Sekunde übertragen werden ?

$$f_{\text{smin}} := 300 \cdot \text{Hz} \quad f_{\text{smax}} := 3400 \cdot \text{Hz} \quad f_{\text{G}} := 4.6 \cdot \text{kHz}$$

$$f_{\text{A}} := f_{\text{smax}} + f_{\text{G}} \quad n := f_{\text{A}} \cdot s \quad n = 8 \cdot 10^3$$

=====

Aufgabe 16

Ein periodisches Signal mit einer Periodendauer von 3,3 ms wird mit 8 kHz abgetastet. Es sollen mindestens 10 Harmonische berücksichtigt werden.

- Welche maximale Grenzfrequenz darf das Antialiasing - Filter aufweisen ?
- Wie breit dürfen die Abtastimpulse höchstens sein, wenn 32 Kanäle im Zeitmultiplex übertragen werden sollen ?
- Bei welchen Frequenzen geht die Hüllkurve des Spektrums dieser Abtastimpulse durch Null ?

Periode des Signales: $T_p := 3.3 \cdot \text{ms}$ Abtastfrequenz: $f_A := 8 \cdot \text{kHz}$

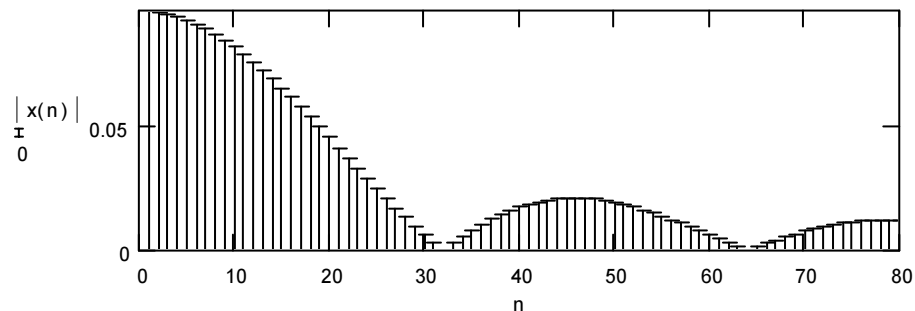
$$f_G := f_A - \frac{1}{T_p} \cdot 10 \quad f_G = 4.97 \cdot \text{kHz}$$

=====

$$T_i := \frac{1}{32 \cdot f_A} \quad T_i = 3.906 \cdot \mu\text{s} \quad T_A := \frac{1}{f_A}$$

=====

$$x(n) := \frac{\sin\left(\pi \cdot n \cdot \frac{T_i}{T_A}\right)}{n} \quad n := 0..80$$



$$n := 32 \quad f := n \cdot f_A \quad f = 2.56 \cdot 10^5 \cdot \text{Hz}$$

=====

Aufgabe 17

Ein Signal wird mit 44 kHz abgetastet. Übertragen werden unipolare Impulse mit einer Impulsdauer von 2,5 μs . Das Antialiasing - Filter hat eine Grenzfrequenz von 24 kHz.

- a) Welche maximale Signalfrequenz kann übertragen werden ?
 b) Welchen Verlauf hat das Amplitudenspektrum, wenn ein sinusförmiges Signal mit einer Frequenz von 4,4 kHz und einem Modulationsgrad von 1 eingesetzt wird ?
 c) Welche Grenzfrequenz muss ein Tiefpass - Filter aufweisen, das sich für die Demodulation eignet ?
 d) Die Impulsbreite werde verlängert. Welchen Einfluss hat das auf Spektrum und Demodulation ?

$$f_A := 44 \cdot \text{kHz} \quad \tau := 2.5 \cdot \mu\text{s} \quad f_G := 24 \cdot \text{kHz} \quad f_S := 4.4 \cdot \text{kHz}$$

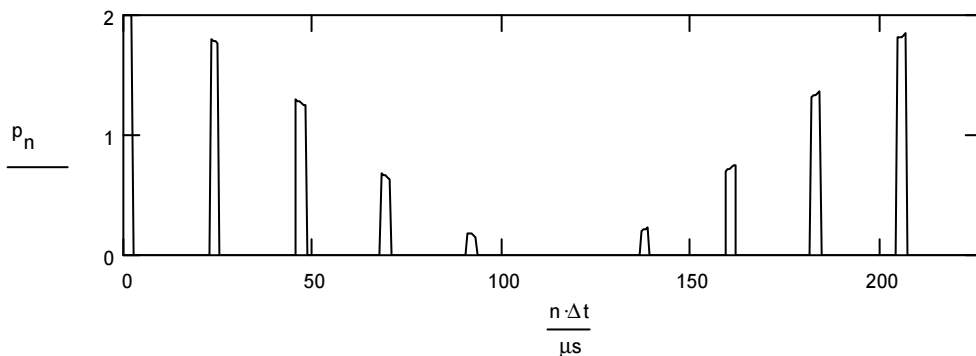
$$\frac{1}{f_A} = 22.727 \cdot \mu\text{s}$$

a) $f_{Smax} := f_A - f_G \quad f_{Smax} = 20 \cdot \text{kHz}$

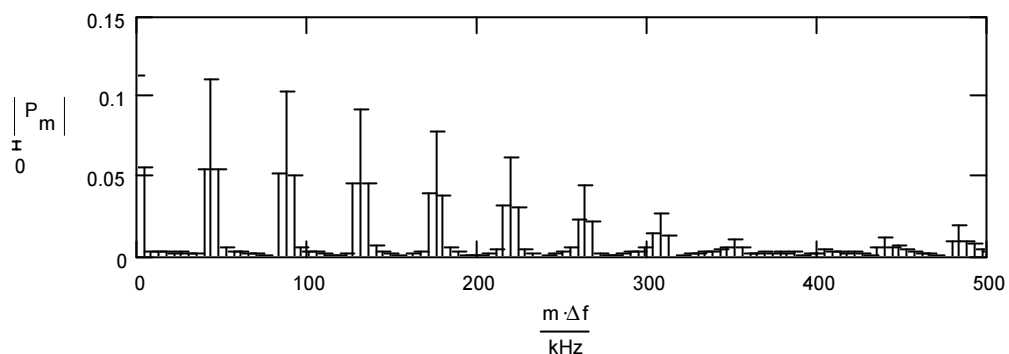
b) $u_s(t) := 1 + \cos(2 \cdot \pi \cdot f_S \cdot t) \quad u_p(t) := \text{wenn} \left(\text{mod} \left(t, \frac{1}{f_A} \right) < \tau, 1, 0 \right)$

$$u_{PAM}(t) := u_s(t) \cdot u_p(t)$$

$$N := 512 \quad n := 0..N-1 \quad \Delta t := \frac{10}{f_A \cdot N} \quad \Delta t = 0.444 \cdot \mu\text{s} \quad p_n := u_{PAM}(n \cdot \Delta t)$$



$$P := \text{SFT}(p) \quad M := \text{letzte}(P) \quad M = 256 \quad m := 0..M-1 \quad \Delta f := \frac{1}{\Delta t \cdot N}$$

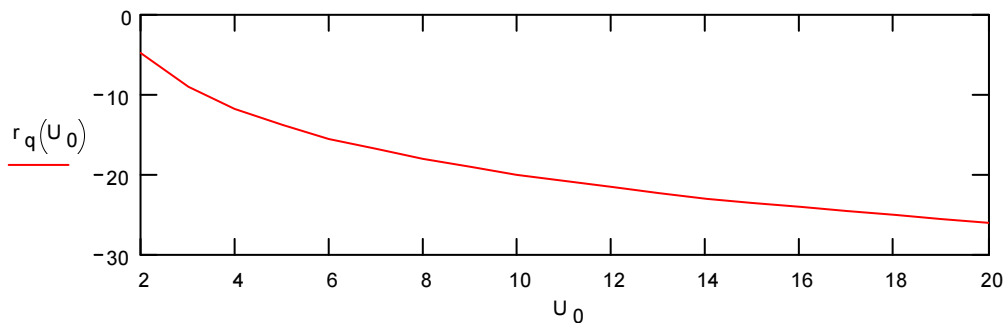


- c) Gleiche Grenzfrequenz wie Antialiasingfilter.
 d) Kann durch verändern des Parameter τ mit MathCAD berechnet werden.

Aufgabe 18

Skizzieren Sie den Verlauf des Störabstandes als Funktion der Signalspannung bei konstanter Stufenhöhe

$$a := 1 \quad U_0 := 2..20 \quad s(u) := \frac{u}{a} \quad r_q(u) := -10 \cdot \log[(s(u)^2) - 1]$$



Schlussfolgerung: Der Rauschabstand ist für grosse Signale besser als für kleine Signalamplituden!

Aufgabe 19

Es sollen 95 dB Signal - Rauschabstand erreicht werden. Wieviele Bit pro Stützwert müssen codiert werden bei:

- linearer Codierung ?
- Kompandierung mit A - Kennlinie, A = 50 ?
- Kompandierung mit A - Kennlinie nach CCITT ?

$$r_q := 95 \quad A := 50 \quad A_{CCITT} := 87.6 \quad \text{ld}(x) := \frac{\log(x)}{\log(2)}$$

a)

$$s := \sqrt{10^{\frac{r_q}{10}} + 1} \quad s = 5.623 \cdot 10^4 \quad n := \text{ld}(s) \quad n = 15.779$$

b)

$$g_k := 20 \cdot \log\left(\frac{A}{1 + \ln(A)}\right) \quad g_k = 20.154 \quad r_k := r_q - g_k \quad r_k = 74.846$$

$$s := \sqrt{10^{\frac{r_k}{10}} + 1} \quad s = 5.524 \cdot 10^3 \quad n := \text{ld}(s) \quad n = 12.432$$

c)

$$g_k := 20 \cdot \log\left(\frac{A_{CCITT}}{1 + \ln(A_{CCITT})}\right) \quad g_k = 24.086 \quad r_k := r_q - g_k \quad r_k = 70.914$$

$$s := \sqrt{10^{\frac{r_k}{10}} + 1} \quad s = 3.513 \cdot 10^3 \quad n := \text{ld}(s) \quad n = 11.779$$

Aufgabe 20

Es soll ein Stereo - Audiosignal (L + R) mit 20 kHz Bandbreite und 80 dB Geräuschabstand in einem PC gespeichert werden. Das Antialiasing - Filter habe eine Grenzfrequenz von 24 kHz.

Wieviel Speicherplatz werden benötigt, um eine Signaldauer von 10 Sekunden aufzuzeichnen

- a) bei linearer Codierung
b) bei Kompondierung nach CCITT

$$A := 50 \quad A_{\text{CCITT}} := 87.6 \quad g_k := 20 \cdot \log\left(\frac{A}{1 + \ln(A)}\right) \quad \text{ld}(x) := \frac{\log(x)}{\log(2)}$$

$$B := 20 \cdot \text{kHz} \quad f_G := 24 \cdot \text{kHz} \quad r_q := 80 \quad g_k = 20.154$$

$$f_A := B + f_G \quad f_A = 44 \cdot \text{kHz}$$

$$n := \text{ld}\left(\sqrt{10^{\frac{r_q}{10}} + 1}\right) \quad n = 13.288 \quad n := 14 \quad M := n \cdot f_A \cdot 10 \cdot \text{s} \quad M = 6.16 \cdot 10^6$$

$$n := \text{ld}\left(\sqrt{10^{\frac{r_q + g_k}{10}} + 1}\right) \quad n = 16.635 \quad n := 10 \quad M := n \cdot f_A \cdot 10 \cdot \text{s} \quad M = 4.4 \cdot 10^6$$

Aufgabe 21

Gegeben sei ein Telefonkanal mit einer Bandbreite von 300 Hz bis 3,4 kHz und 40 dB Rauschabstand.

Wieviele Bit pro Sekunde können durch einen solchen Kanal höchstens übertragen werden ?

$$r_q := 40 \quad B := 3.1 \cdot 10^3 \cdot \text{Hz} \quad \text{kBit} \equiv 10^3 \quad \text{ld}(x) := \frac{\log(x)}{\log(2)}$$

Für einen Stützwert:

$$n := \text{ld}\left(\sqrt{10^{\frac{r_q}{10}} + 1}\right) \quad n = 6.644$$

Bandbreite:

$$f_A := 2 \cdot B \quad f_A = 6.2 \cdot \text{kHz}$$

$$C := f_A \cdot n \quad C = 41.192 \cdot \frac{\text{kBit}}{\text{s}}$$

=====